惑星内部の対流シミュレーション：二重拡散対流の理解に向けて

大野 由紀（名古屋大学大学院 理学研究科）

概要

惑星の進化の理解において、惑星の内部構造や熱の輸送は重要である。惑星内部では全体に対流現象が起きていて熱を外に輸送していると考えられてきたが、それでは説明のできない半径を持つ惑星が数多く存在している。例えば、太陽系外にはホットジュピターと呼ばれる中心星の近くを回る巨大なガス惑星がある。収縮による重力エネルギーの解放が中心星から受ける放射の効果で遅れていることが計算されているが、それでは説明できないほど大きな半径を持っているものもある。この問題の解決方法の可能性の一つとして、内部の重元素の存在によって対流現象が弱められ、対流による外部への熱の輸送効率が下がっていることが挙げられている。本研究では、対流現象についてエネルギー流束を定量的に評価し、観測結果と整合性のある惑星形成の理論の構築を目指して、SPH 法を用いて 2 次元の対流の数値シミュレーションを行った。流体の数値計算手法の中でも SPH 法は粒子を用いたラグランジュ的な計算手法であるので、重元素の拡散の効果を完全に取り除いた計算をすることができ、拡散が結果に与える効果をはっきりと確認できるというメリットがある。また、流体の熱の勾配と拡散に加えて、組成の勾配と拡散を考慮すると、二重拡散対流と呼ばれる現象が起こることが知られている。この現象が起こるときは、通常の対流現象に比べて熱の輸送効率が下がり、惑星内部に熱を長時間保つことができるので、ホットジュピターの半径異常を説明する現象の候補とされている。

1　導入

近年、太陽系外に理論予測よりもはるかに大きな半径を持つ短周期巨大ガス惑星 (ホットジュピターと呼ばれる) が検出されている。この異常膨張の原因の一つの可能性として、惑星内部での熱輸送効率が小さいことで半径の収縮を抑えることが考えられている (Chabrier and Baraffe 2007)。巨大ガス惑星は形成時に大量の集積熱を有しており、輻射冷却により準静的に収縮する。そのため、惑星内部でのエネルギー流束が小さければ集積熱を長期間保持することができ、半径が大きい時期が長く続くと考えられる。つまり、惑星内部での熱輸送効率は、惑星の進化に重要な影響を及ぼすため詳細な検討が必要である。熱の輸送方法には、熱伝導、輻射、対流がある。一般に巨大ガス惑星の内部では対流現象が起きており、主に対流によりエネルギーが輸送されていると考えられている。対流現象は、重力下において下から上に熱を輸送しようとする際に物質自体が移動することで熱を運ぶ現象である。一般的に対流が起こる条件として、Schwarzschild の条件が知られている。これは流体素片に摂動を加えたときに、摂動が成長し対流が起こる場合と、起こらない場合を判定する条件である。対流が起こる条件は、

$$\left(\frac{\partial \ln T}{\partial \ln p}\right) - \left(\frac{\partial \ln T}{\partial \ln p}\right)_{\mathrm{ad}} > 0 \qquad (1)$$

と書ける。ここで、T は温度、p は圧力を意味する。また、添字の ad は断熱を意味する。平衡状態では圧力は下の方が大きくなっているので、断熱温度勾配より急な温度勾配があった場合（下に温度の高い流体があった場合）は不安定な状況であり、対流が起こる。対流層での熱の輸送効率は、混合距離理論 (高原文郎「宇宙物理学」) を用いて見積もられることが多い。しかし、混合距離理論では内部構造が準静的であることを仮定しているため、流体が運動し構造が時間とともに変化する現象を取り扱うことはできない。本研究は対流現象の数値シミュレーションを行い、運動の様子と熱の輸送効率を調べることを目的としている。

2　方法

２次元の Smoothed Particle Hydrodynamics（J.J. Monaghan 1992; 以下、SPH 法）を用いて数値シミュレーションを行う。SPH 法は流体を粒子として近似する数値計算手法の一種である。流体素片に乗ったラグランジュ的な見方で流体を記述する。ラグランジュ的な数値計算手法（粒子法）であるので、移流項が存在しない。オイラー的な計算手法（メッシュ法）では、熱伝導（熱の拡散）を扱う際に、移流項に由来する数値的な拡散と実際の物理的な拡散の区別をすることが困難である。ラグランジュ的な計算手法を用いると、この難しさを回避することができ、拡散の効果をはっきりと確認することができるというメリットがある。

2.1　基礎方程式

基礎方程式は以下の４つである。

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho\nabla\cdot\boldsymbol{v} \tag{2}$$

$$\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \boldsymbol{g} \tag{3}$$

$$\frac{du}{dt} = -\frac{p}{\rho}\nabla\cdot\boldsymbol{v} \tag{4}$$

$$p = (\gamma-1)\rho u \tag{5}$$

上から順に連続の式、運動方程式、エネルギー方程式、状態方程式である。ρ は密度、$\boldsymbol{v}$ は速度、$\boldsymbol{g}$ は重力加速度、p は圧力、u は内部エネルギー、γ は比熱比を表す。SPH 法では、それぞれの粒子に持たせた物理量にカーネル関数と呼ばれる関数を用いて広がりを持たせて、各点で和を取り、それぞれの位置での物理量とする。カーネル関数は、球対称で空間積分に対して規格化されている関数である必要がある。カーネル関数としてはさまざまな関数が使用されているが、本研究では以下のようなガウシアン型のカーネル関数 $W(\boldsymbol{x},h)$ を用いている。

$$W(\boldsymbol{x},h) = (\frac{1}{h^2\pi})e^{-\frac{\boldsymbol{x}^2}{h^2}} \tag{6}$$

ここで h はスムージング長と呼ばれる粒子の広がり具合を表すパラメータである。h の値は平均粒子間隔程度が適当である。例えば粒子の位置での密度はカーネル関数を用いて以下のように表される。

$$\rho_i = \sum_j m_j W(\boldsymbol{x}_i - \boldsymbol{x}_j, h) \tag{7}$$

カーネル関数を用いて運動方程式とエネルギー方程式を SPH 法の表式に書きかえると以下のようになる。ここで、Π_{ij} は衝撃波が起こるときなどの散逸を扱うための人工粘性項と呼ばれる項である。

$$\frac{d\boldsymbol{v}_i}{dt} = -\sum_j m_j\left(\frac{p_i}{\rho_i^2}+\frac{p_j}{\rho_j^2}+\Pi_{ij}\right)\frac{\partial}{\partial\boldsymbol{x}_i}W(\boldsymbol{x}_i-\boldsymbol{x}_j,h)+\boldsymbol{g} \tag{8}$$

$$\frac{du_i}{dt} = \frac{1}{2}\sum_j m_j\left(\frac{p_i}{\rho_i^2}+\frac{p_j}{\rho_j^2}+\Pi_{ij}\right)(\boldsymbol{v}_i-\boldsymbol{v}_j)\cdot\frac{\partial}{\partial\boldsymbol{x}_i}W(\boldsymbol{x}_i-\boldsymbol{x}_j,h) \tag{9}$$

連続の式は質量の保存則を表すが、各粒子に質量を持たせておけば全体の質量は自動的に保存するため、この式は解く必要がない。

さらに、熱伝導の効果をエネルギー方程式に加える。熱伝導による内部エネルギーの変化は、

$$\frac{du}{dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla\cdot\boldsymbol{q} \tag{10}$$

で表される。ここで、$\boldsymbol{q} = -k\nabla T$ であり、k は熱伝導率、T は温度である。Cleary and Monaghan (1999) に基づいて、熱伝導の項を SPH 法の表式にする。熱伝導による単位質量あたりの内部エネルギー u の変化は、２次元ガウシアン型のカーネル関数を用いると、

$$\frac{du_i}{dt} = \sum_j \frac{4m_j}{\rho_i\rho_j}\frac{k_ik_j}{k_i+k_j}(T_i-T_j)\left(\frac{-2}{h^4\pi}\right)e^{-\frac{|\boldsymbol{x}_i-\boldsymbol{x}_j|^2}{h^2}} \tag{11}$$

で表される。また、$u = C_vT$ の関係を用いて、内部エネルギーから温度を求めることができる。C_v は定積比熱である。

2.2　計算の設定

2.2.1　境界条件

２次元 SPH 法を用いて、長方形の領域 (x,z) で対流の数値シミュレーションを行う。SPH 法では、実際に時間発展を追い様子を見るための粒子 (active 粒子と呼ぶ) に加えて、境界を表現するために計算領域

の外側に粒子を配置する必要がある。今回の計算では、x 方向の境界は周期境界、z 方向の境界は壁境界としている。

周期境界では、右端と左端が接続されているため、境界粒子として ghost と呼ばれる粒子を配置する。active 粒子の右側（図 1 の水色の領域）に active 粒子の左端の粒子（図 1 の黄色の領域の中の左端部分）をコピーして配置する。反対側の ghost 粒子にも同様の操作を行う。ghost 粒子の物理量に関しては、x 座標はそれぞれ平行移動させ、その他の物理量は全てコピーした active 粒子と同じ値とする。また、黄色で示した active 領域からはみ出した active 粒子は反対側に移動させる。

壁境界は、壁で物理量が連続かつ微分の値が 0 になるような境界である。これを実現するために、境界に対して鏡像になるように active 粒子をコピーして wall 粒子を配置する。鏡像なので、v_z は符号を変えてコピーする。またこの壁に関しては、等温に保って計算を行った。つまり、T や u に関してはコピーではなく一定の値にしている。

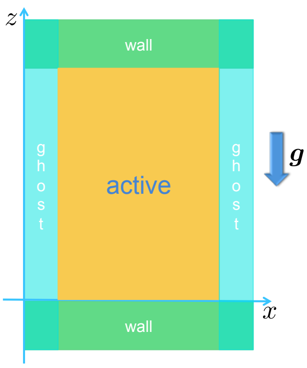

図 1: 境界粒子の配置イメージ:実際に計算を行う active 粒子のまわりに境界を表現する境界粒子を配置する。x 方向は周期境界、z 方向は壁境界であり、それぞれ wall 粒子、ghost 粒子を配置する。

2.2.2 初期条件

初期には、リラクゼーションを行い圧力勾配力と重力のつり合った静水圧平衡状態を用意する。その粒子配置（密度）と圧力を保ったまま、比熱比 γ の値を変化させて内部エネルギー（つまり温度）を新しく定める。γ の値をリラクゼーションの際より小さくすれば、下の方が温度の高い対流不安定な初期条件ができあがる。

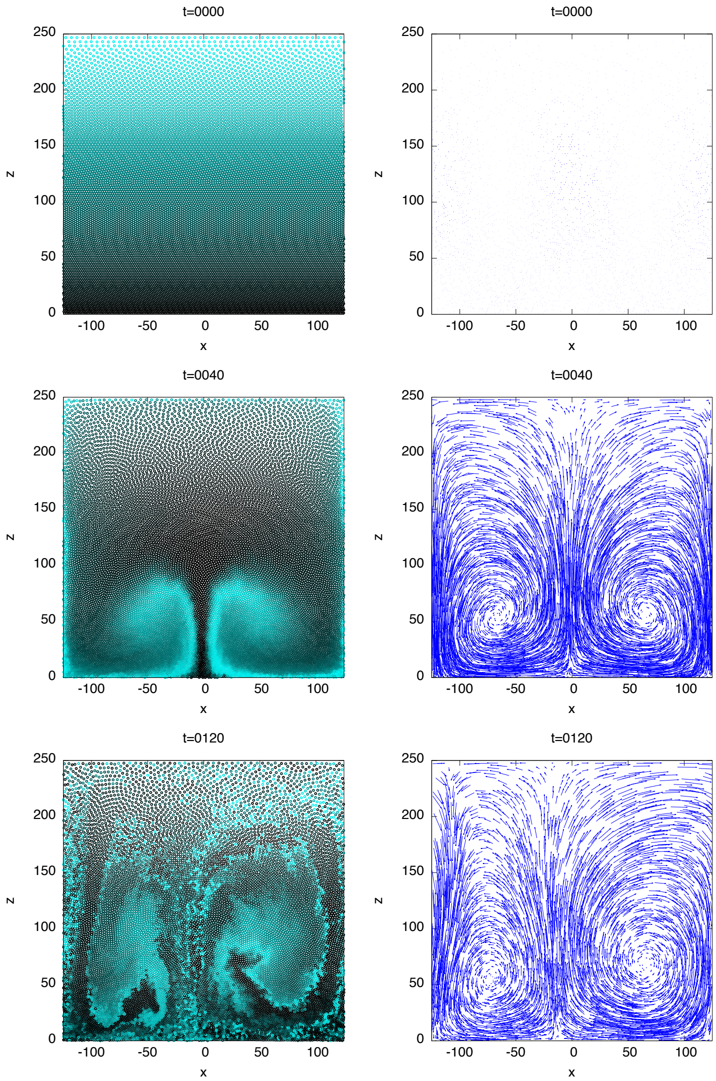

図 2: 粒子配置の時間変化（左）と速度場の時間変化（右）:左図の色は粒子の初期位置に応じて付けた。右図は各粒子の持つ速度ベクトルを表している。ベクトルの大きさは１０倍にした。初期に与えた摂動が成長し、粒子の位置が変化する対流運動が起きている。

3 結果

$\gamma = \frac{5}{3}$ でリラクゼーションし、$\gamma = \frac{7}{5}$ に変更した対流不安定な初期条件を用意し、初速度に摂動を与えて時間発展させた結果を図 2 に示す。左の図は粒子の位置を表している。色は各粒子の初期位置に応じて付けた。右の図は各粒子の持つ速度をベクトルで表した。見やすくするためにベクトルの大きさは１０倍にした。また、粒子数が多すぎて見えにくいため、右図は粒子を間引いてプロットしている。初期に与えた速度の摂動が成長し、粒子の位置が変化する対流運動が起きていることが確認できた。

4 組成と対流

以上では、温度勾配のみを考慮してきたが、惑星の内部では組成にも勾配が存在する場合が考えられる。ここでいう組成とは、流体を構成する元素の種類のことである。温度勾配に加えて組成にも勾配がある場合の対流条件として、以下に示す Ledoux の条件が知られている。

$$\left(\frac{\partial \ln T}{\partial \ln p}\right) - \left(\frac{\partial \ln T}{\partial \ln p}\right)_{\rm ad} > \left(\frac{\partial \ln \mu}{\partial \ln p}\right) \qquad (12)$$

ここで、μ は平均分子量を表し、組成を表現している。Schwarzchild の条件 (式 1) の右辺に組成勾配を表す項が追加されており、組成的に重い物が下に存在すると対流を安定化できることがわかる。

4.1 二重拡散対流

二重拡散対流は、温度の勾配と拡散に加えて、組成の勾配と拡散の影響で起こる対流現象の一種である。この現象は Ledoux の条件では安定であるが、Schwarzschild の条件で不安定な状態、つまり温度的には不安定であるが組成勾配で安定化しているような状態で起こる。これは組成の拡散によって組成勾配がなくなってしまった場合には不安定になるような状態である。この現象では、通常の対流現象よりも熱や組成の輸送が小さくなることが知られている (Rosenblum et al. 2011)。また、一様乱流状態になった後に、多数の薄い層構造をつくる場合がある。この層は時間が経つと合体し、合体が起こると熱と組成の輸送のフラックスは増加してしまう。薄い層が長時間、多数存在すれば熱の輸送が少なくなり、惑星から出て行く熱を少なくできる。層の合体がどの程度起こるのかはまだ明らかになっていないため、更なる数値シミュレーションが必要である。

5 まとめ

本研究では、ガス惑星内部における対流現象による熱の輸送を調べることを目的として２次元 SPH 法を用いた流体計算を行った。

今後は、組成勾配と拡散を加えた数値シミュレーションを行い、二重拡散対流の性質について調べ、異常に巨大な半径を持つホットジュピターの起源を解明したい。

謝辞

基礎物理学研究所 (研究会番号：YITP-W-15-04) 及び国立天文台からのご支援に感謝いたします。また、本研究を行うにあたり、犬塚修一郎教授を始め理論宇宙物理学研究室の皆さまに大変お世話になりました。この場を借りてお礼申し上げます。

参考文献

Chabrier and Baraffe 2007. ApJ,661,L81-L84

高原文郎 宇宙物理学 朝倉書店

J.J. Monaghan 1992 Annu. Rev. Astron. Astrophys. 30. 543-74

Cleary and Monaghan 1999 Journal of Computational Physics 148,227-264

Rosenblum et al. 2011. ApJ,731:66