

周期解析を用いたケプラー光度曲線からの惑星系シグナルの抽出

逢澤 正嵩 (東京大学大学院 理学系研究科)

Abstract

Kepler 衛星から得られた光度曲線の時系列データからノイズを除去するために、[1] で周波数解析を用いた手法が提案された。本研究ではまず [1] で提案された周期解析による光度曲線のデータリダクションを実装したのち、Kepler の long cadence で得られたデータに、[1] の手法と (データを重ねてノイズ削減を行う) phase folding を適用した。その結果、星のノイズが多くトランジットの継続時間が長い系では [1] による解析が有効であるが、ノイズが少なくトランジット継続時間が短い系では phase folding による解析が有効であることが判明した。また、[1] の手法はデータに隙間がある場合にはデータの質の低下を招く可能性があるものの、phase folding では削減できない特定の周期のノイズを [1] の手法で用いられている補間式を修正することで取り除けることを示した。

1 Introduction

宇宙望遠鏡ケプラーによるトランジット (主星の蝕による減光) 観測によって、1800 個を超える系外惑星が検出されている。トランジット惑星は、ケプラーから得られた光度曲線を解析することで検出されるが、ライトカーブには統計誤差の他に、装置由来の誤差やフレアや黒点等の星の活動による系統誤差が含まれている。そうしたノイズの除去は、スーパーアースやまだ検出されていない系外衛星 [2]、微小リング、トロヤ群 [3] (惑星のラグランジュポイント L4, L5 付近の小惑星群) 等の微弱なシグナルの検出に不可欠である。

従来、ノイズ除去のための光度曲線のデータリダクションには、phase folding というトランジットの数周期分のデータを平均する手法が取られてきた。phase folding による解析は、データの増加による統計誤差の減少は望めるが、系統誤差の減少は期待出来ないため、各データ個別にモデル化して系統誤差を処理しなければならない。そこで [1] では、光度曲線をフーリエ級数近似した後、トランジットの周期に対応するフーリエ係数のみを抜き出してデータを再構成する手法を提案した。この手法を用いると、惑星の公転周期と同期したシグナルのみ光度曲線より抜き出す事が出来るため、星のノイズなどの雑音を消す事が期待できる。

本研究では、[1] の手法の実装と考察を行い、従来

の phase folding との比較をおこなった。

2 周期解析 [1] の実装と phase folding との比較

2.1 周期解析の実装

[1] の手法では、光度曲線のフーリエ係数のうち食の周期 T_p と同じ周期の係数のみを抜き出して、食の光度曲線を再構成する。

まず、周期 T_p の信号の周波数成分が leakage を起こさないためには、窓関数の長さを、整数 N_0 を用いて、 $N_0 T_p$ ととらなければならない。この長さの窓関数で切り出した信号をフーリエ級数展開で近似すると

$$f(t) \simeq \sum_n a_n \sin\left(\frac{2\pi n}{N_0 T_p} t + \theta_n\right) \quad (1)$$

とかける。式 (1) のうち周期 T_p の信号は、 m を整数として $n = N_0 m$ を満たす項のみである。なので、フーリエ展開した信号のうち $n = N_0 m$ を満たす信号のみを取り出して再構成すると

$$f_{sub}(t) = \sum_m \bar{a}_{mN_0} \sin\left(\frac{2\pi m}{T_p} t + \theta_{mN_0}\right) \quad (2)$$

となる。 \bar{a}_{mN_0} には、周期 T_p 以外のシグナルも含まれているので、[1] では線形補間を用いて余分なシグ

ナルを除いている

$$\bar{a}_{mN_0} = a_{mN_0} - \frac{(a_{mN_0-1} + a_{mN_0+1})}{2} \quad (3)$$

式 (1) の a_n, θ_n は、データ点と式 (1) から計算できる χ^2 を最小にするという条件から求めた。これは線形最小二乗法問題であり、データ数を N とすると、 $N \times N$ の行列の逆行列を求めることに帰着する。データ点は何千個もある場合は逆行列の特異値がゼロに近い値を持つため、そうした成分を取り除くために特異値分解を用いて計算を行った。

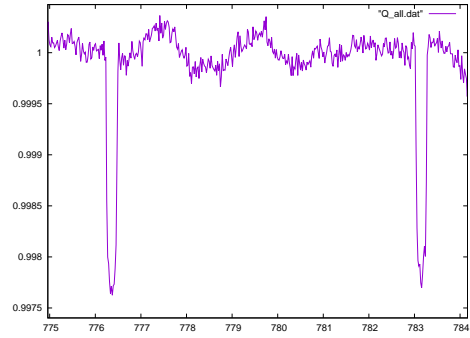


図 1: KOI10264660 の光度曲線の一例。縦軸が相対フラックスで、横軸が時間 (日)

2.2 周期解析と phase folding の適用例

光度曲線のデータを周期毎に切り出してきて、1 周期分のデータに重ねる操作を phase folding という。「周期毎に切り出す」を数式で書くと、蝕の周期を T_p として、データ列 (t_i, f_i) を

$$t_i \rightarrow t'_i = t_i \bmod T_p \quad (4)$$

と変換することに対応する。ここで $t \bmod T_p$ は、実数 t を $[0, T_p)$ の間隔に入るように適切な整数 n を用いて、 $t \rightarrow t + nT_p$ とする操作である。光度曲線を何周期分も重ねることで、誤差の減少を見込み、ノイズの少ない蝕の形を構成することができる。

[1] の手法と phase folding を実装し、long cadence モード (データを 30 分間隔で取得するモード) で得られた HAT-P-7 と KOI10264660 (図 1) の光度曲線に適用した。右に KOI10264660 の結果を示す (図 2)。KOI10264660 では、星のノイズが多いことに加え (トランジット継続時間が長いことによって) 食のサンプリングが十分であるため、phase folding に比べ周期解析がよりノイズの少ない結果を与えた。

一方、HAT-P-7 を解析した結果、phase folding を用いた解析のほうが精度がノイズを抑えられているという結果になった。これは、食の継続時間が短くサンプリングが足りないこと、また HAT-P-7 の光度曲線のノイズが元々少ないことに起因する。

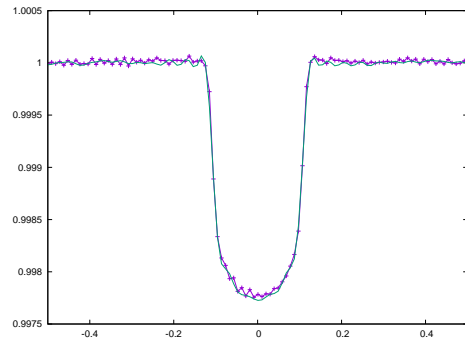


図 2: KOI10264660 の光度曲線の解析結果。横軸がトランジット中心からの位相で、縦軸が相対フラックス。緑線が周期解析、紫線が phase folding を用いて解析された値。

3 周期解析 [1] の考察

3.1 補間式の修正

窓関数の選び方と、スペクトルのピークの位置によっては補間式 (3) では取り除くことができないシグナルがある。そのことを示して、補間式 (3) の修正例を与える。

まず、高さが 1、中心時刻 t_0 で、幅が $2T$ の窓関数を $w(t)$ とすると、そのフーリエ変換 $W(\omega)$ は

$$W(\omega) = \exp(-i\omega t_0) \frac{2 \sin(\omega T)}{\omega} \quad (5)$$

となる。

周期 P の信号と周期 M_0P (ただし M_0 は整数 l を用いて、 $N_0 = lM_0$ とかけるとする) の信号が混ざっている関数を $f(t)$ とすると、その周波数表示 $F(\omega)$ は以下ようになる。

$$F(\omega) = \sum_n a_n \delta\left(\omega - \frac{2\pi n}{P}\right) + \sum_n b_n \delta\left(\omega - \frac{2\pi n}{M_0P}\right) \quad (6)$$

観測で得られる光度曲線の周波数表示 $\bar{F}(\omega)$ は $W(\omega)$ と $F(\omega)$ の畳み込みになる。簡単のため $t_0 = 0$ とすると

$$\bar{F}(\omega_m = \frac{2\pi m}{N_0P}) = (a_{m/N_0} \delta_{0,m \bmod N_0} \quad (7)$$

$$+ b_{m/l} \delta_{0,m \bmod l}) \quad (8)$$

となる、ここで m は整数。

上の式を可視化するために、例えば窓関数の長さが $6P$ にとり、 $P, 3P, 6P$ の周期をもつ信号の重ね合わせのシグナルのスペクトルを考えると以下のようになる。

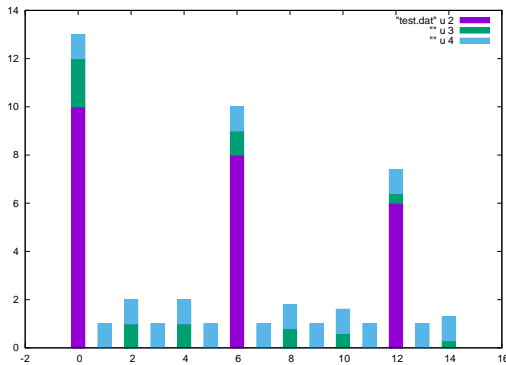


図 3: 横軸が周波数 ($\omega/\Delta\omega$) で縦軸がフーリエ係数。水色が周期 $6P$ 、緑色が周期 $3P$ 、紫色が周期 P のシグナルのスペクトルピークを表す。 $\Delta\omega = 2\pi/6P$ 。

例えば周期 P の信号 (上図、紫色) のみを抜き出すためには、(3) ではなく線形補間を用いて以下のように

に修正すればよい

$$a_{6m} \rightarrow a_{6m} - \left(\frac{a_{6m-1} + a_{6m+1}}{2} \right) \quad (9)$$

$$- \left(\frac{a_{6m-2} - \frac{a_{6m-3} + a_{6m-1}}{2}}{2} \right) \quad (10)$$

$$- \left(\frac{a_{6m+2} - \frac{a_{6m+3} + a_{6m+1}}{2}}{2} \right) \quad (11)$$

以上の補間式はシグナルに含まれている周期的信号の周期が $6P, 3P, P$ であるということを知った上で計算された式である。なので実際のデータ解析で上の考えを応用する際にはデータの周期を解析して、その中に含まれる信号の中に周期が (N_0 の約数) $\times T_p$ のものが隠されていると判明したのちに補間式を適宜定めればよい。

上で示したように周期解析を用いることで図 3 のようなスペクトルのノイズを落とすことができる可能性がある。一方、phase folding では、図 3 のようなスペクトルを全て拾ってしまうので、いくら folding しても (図 3 の紫以外のシグナルのような) ノイズを取り除くことはできない。

3.2 空データによるフーリエ係数の劣化

光度曲線のデータが抜け落ちていると、フーリエ成分に悪影響を与える。例えば「データが無いこと」を、「窓関数として中心時刻 t 幅 $2T$ の窓関数から中心時刻 t_0 で幅 $2T_0$ の窓 $w_0(t)$ をとる」と解釈すると、 $w_0(t)$ の周波数空間での関数 $W_0(\omega)$ は

$$W_0(\omega) = \frac{2 \sin(\omega T)}{\omega} - \exp(-i\omega t_0) \frac{2 \sin(\omega T_0)}{\omega} \quad (12)$$

となる。

今、時間 $t = 0$ がトランジット中心で、 $t_0 = T_p$ かつ幅 $2T_0$ のトランジットのデータがまるまる抜けているとする。すると、窓関数は以下ようになる

$$W'_0(\omega) = \frac{2 \sin(\omega T)}{\omega} - \frac{2 \sin(\omega T_0)}{\omega} \quad (13)$$

上式を見てわかるように、データの空きによって窓関数の実数成分 (\cos 成分) のみ変化する。一方、食のスペクトルも実数成分 (\cos 成分) に集中している。解析して得られるスペクトルは、窓関数と真のスペ

クトルの畳み込みなので、窓関数の劣化はスペクトルの劣化につながる。以下に窓関数 W'_0 の例を示す。

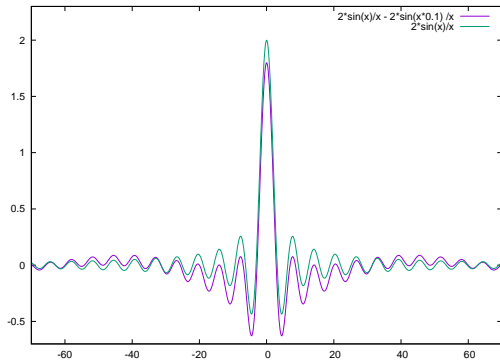


図 4: 横軸が ω で $T = 1.0, T_0 = 0.1$ として、窓関数 $\frac{2 \sin(\omega T)}{\omega}$ (緑線) と $W'_0(\omega)$ (紫線) をプロットした。緑線がデータに空きがないときの窓関数で後者が空きがあるときの窓関数。明らかに窓関数が劣化している。

以上のようにデータに穴があるとフーリエ係数の質が劣化するので、データが隙間なく揃っている領域に周期解析 [1] を適用するのが望ましい。

3.3 周期解析によるトロヤ群や系外衛星の探索に対する考察

トロヤ群や系外衛星といった、惑星の公転周期に同期している天体によるトランジットシグナルを周期解析によって抜き出すことが期待できる。だが、周期解析では周波数打ち切りによるサイドロープの影響が色濃くでてしまうため、トロヤ群や系外衛星のような微小なシグナルを捉えることには不向きであるという面もある。またこうした微小なシグナルを目指すのであれば、元々ノイズの小さい系に焦点をあてて解析を行うべきであり、それならば phase folding (スタック) するのが自然である。

4 二つの手法のまとめ

以下に周期解析と phase folding の長所、短所をまとめる

・周期解析

- 食の周期の整数倍の周期を持つような phase folding では除去できない信号を除去することができる可能性をもつ。
- ノイズのモデル化の必要がない。
- △ ノイズが性質がよく理解されている系に対してはあまり有効でない
- × フーリエ係数を逆行列を求めて計算すると、計算時間が長く実用的でない。
- × データに空きがあると、解析に悪影響を及ぼす。

・phase folding

- おおよそのノイズはただ統計をためることで取り除けるので、phase folding が有効な状況が多い。
- ノイズのモデル化さえ行えば、簡単かつ迅速に解析が可能である。
- データに空きがあっても構わない。
- × 食の周期の整数倍の周期をもつシグナルのような、モデル化を行わなければ取り除けないノイズに弱い。

Acknowledgement

毎週のセミナーで指導していただいた宇宙理論研究室の仲谷さん、上赤さん、櫻井さん、増田さん、千秋さんに感謝いたします。特に増田さんには、研究所の要所所で適宜適切なアドバイスをいただきました。この場を借りて御礼申し上げます。

また、基礎物理学研究所 (研究会番号: YITP-W-15-04) 及び国立天文台からのご支援に感謝いたします。

Reference

- [1] Samsing, J. 2015, arXiv:1503.03504
- [2] Hippke, M. 2015, arXiv:1502.05033
- [3] Janson, M. 2013, ApJ, 774, 156