

多体惑星系における軌道の長期的安定性とその進化

佐藤 雄太郎 (名古屋大学大学院 理論宇宙物理学研究室)

概要

本講演では、まず Chambers et al.(1996) のレビューを行う。離心率と軌道傾斜角が十分小さい 2 つの原始惑星が太陽の周りを公転するとき、初期の軌道長半径の差を相互ヒル半径で規格化した無次元の長さ Δ が $2\sqrt{3}$ より大きい場合は軌道不安定にならないことは解析的にも数値計算からも知られている。しかし、3 つ以上の原始惑星が存在する系の不安定性については解析的には解けないため、数値計算によって調べられた。 Δ をパラメータとして $\Delta = 10$ まで彼らが数値計算した結果、数値計算を行った時間内で系は必ず不安定になり、不安定時間 t は Δ の指数関数になることがわかった。火星程度の原始惑星が隣の原始惑星と衝突を繰り返し地球ができるとき、大きくなるにつれて惑星が間引かれるため軌道間隔は広がる。地球ができる直前の軌道間隔は約 13 倍のヒル半径となり、その不安定時間を見積もると太陽系の年齢を超えてしまう。これは、 t が Δ の指数関数になっているため、軌道間隔をすこし変えただけで不安定時間が劇的に増加するからである。もちろん、不安定時間が太陽系の年齢を超えることはないことがその後の研究で確認されている。本講演ではさらに、不安定になった後の衝突・合体を取り扱い、その後の原始惑星の軌道進化について数値計算を行う。これにより、太陽系の地球型惑星の軌道分布やそれらの形成年代や形成メカニズムについて理論的に迫りたいと考えている。

1 背景

現在の太陽系の地球型惑星形成の描像においては、はじめに微惑星が集まって火星程度の大きさの原始惑星が地球型惑星形成領域に数 10 個形成される。その後、この原始惑星同士の衝突が繰り返されて地球型惑星が形成される。このように、地球型惑星形成はいくつかのステージに分かれており、私が着目しているのは原始惑星同士の衝突が起きるステージで、これは巨大衝突ステージと呼ばれる。このステージの存在は理論的な研究からだけでなく、地質学的な証拠からも支持されている。このステージにおける原始惑星の軌道進化を理解することは太陽系の地球型惑星の軌道分布や形成年代、形成メカニズムを理解する上で非常に重要である。その巨大衝突ステージを理解するために、原始惑星で構成される多体惑星系の状態と軌道が不安定になり、衝突が起こるまでの時間の関係を知ることは大変有益である。そこで、衝突が起こる時間は原始惑星の軌道間隔に非常に強く依存しており、間隔が広がるほど不安定時間が急激に長くなるという現象を発見した Chambers et al.(1996) を紹介する。その後発展として、この論文

では取り扱っていない衝突に伴う原始惑星同士の合体を考慮した場合の軌道進化について議論する。

2 先行研究

惑星の軌道の安定性についての先行研究として Chambers et al.(1996) を紹介する。この論文では、惑星 2 体の系の軌道安定性から始めて、惑星を増やしたときの軌道安定性について議論している。私もいくつかの条件を与えて chambers と同様のシミュレーションを行った。

2.1 惑星 2 体系

質量と軌道長半径が m_1 と a_1 、 m_2 と a_2 の 2 惑星が太陽質量 M_\odot を持つ中心星の周りで円軌道、同一平面上を公転する系を考える。初期の軌道長半径の差を相互ヒル半径 $R_H (= [(m_1 + m_2)/3M_\odot]^{1/3} [(a_1 + a_2)/2])$ で規格化した無次元量 $\Delta = (a_2 - a_1)/R_H$ が Δ_{cr} より大きいとき、惑星が円軌道を始めるとその後の時間進化において 2 惑星が近接遭遇することはないこ

とが分かっている (Gladman 1993)。ただし Δ_{cr} は以下のように与えられる。

$$\Delta_{cr} \simeq 2\sqrt{3}$$

これを初期に離心率や軌道傾斜角がゼロでない場合に拡張したい。そこで、ヒル近似を用いると、以下のようなヤコビ積分 C が導かれる。

$$C = (e/K)^2 + (i/K)^2 - (3/4)\Delta^2 - 6/r = \text{const} \quad (1)$$

ここで、

$$e^2 = e_1^2 + e_2^2 - 2e_1e_2 \cos(\bar{\omega}_1 - \bar{\omega}_2)$$

$$i^2 = i_1^2 + i_2^2 - 2i_1i_2 \cos(\Omega_1 - \Omega_2)$$

$e_{1or2}, i_{1or2}, \bar{\omega}_{1or2}, \Omega_{1or2}$ は惑星の軌道要素であり、順に離心率、軌道傾斜角、近点引数、昇交点軽度を示す。加えて、 r は相互 Hill 半径で規格化された 2 惑星間の距離であり、 $K = [(m_1 + m_2)3M_\odot]^{1/3}$ である。添え字なしの e, i は相対離心率と相対軌道傾斜角であり、離心率ベクトルの概念から導出できる。初期に 2 体間の距離は軌道間隔に比べて十分大きいことと円軌道であることを仮定すると、式 (1) は

$$C = -\frac{3}{4}\Delta_0^2$$

と書ける。次に、初期に相対離心率が e 、相対軌道傾斜角が i で初期に 2 体間の距離は軌道間隔に比べて十分大きいという仮定のもとで式 (1) は

$$C = (e/K)^2 + (i/K)^2 - (3/4)\Delta^2$$

となるので、初期に円軌道である場合とそうでない場合の軌道間隔の関係は

$$\Delta^2 = \Delta_0^2 + \frac{4}{3}[(e/K)^2 + (i/K)^2]$$

であり、 $\Delta_0 > 2\sqrt{3}$ であれば衝突は起きないので初期に円軌道でない場合の軌道の安定条件は以下のようになる。

$$\Delta^2 > \Delta_0^2 + \frac{4}{3}[(e/K)^2 + (i/K)^2] \quad (2)$$

2.2 惑星 3 体系

惑星を 2 体から 3 体を増やすと軌道の安定性はどうか変化するだろうか。3 体系での惑星の振る舞いを調べるために以下のような数値計算を行った。3 体の原始惑星 (質量が $10^{-7}M_\odot$) が太陽の周りを公転しているとする。一番内側の原始惑星の軌道長半径 a_1 を $a_1 = 1$ [AU] とし、それより外側の原始惑星の軌道長半径は $a_2 = a_1 + \Delta R_{H1,2}$ 、 $a_3 = a_2 + \Delta R_{H2,3}$ というふうにする。ここで、 $R_{Hi,j}$ は惑星 i と惑星 j の相互ヒル半径である。この Δ を様々な値にしてシミュレーションを行う。また、原始惑星が軌道上のどこにいるかはランダムに決めた。ただし、隣り合った軌道の原始惑星同士に関しては、最低 20° は離れるようにする。これは、初期での近接相互作用を避けるためである。以上の初期条件で数値計算を行う。2 惑星間距離がその 2 体の相互ヒル半径より近づくか、計算時間が終わるまで (10^7 年) 数値計算を行い、 Δ に対する軌道の不安定時間を調べた。ただし、2 惑星間距離がその 2 体の相互ヒル半径より近づく時間を不安定時間と呼ぶことにする。結果は図 1 である。この数値計算からわかることを以下に述べる。

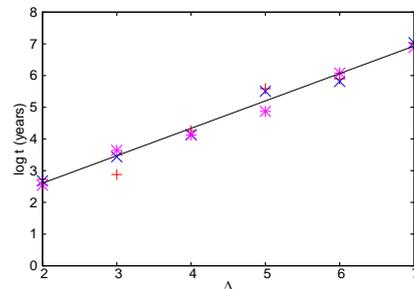


図 1: 質量 $10^{-7}M_\odot$ である 3 体の原始惑星における Δ に対する軌道の不安定時間。縦軸の時間は \log スケールになっていることに注意。

2 体系との決定的な違いは、3 体系では $\Delta > 2\sqrt{3}$ でも不安定になるということだ。図 1 では、横軸が Δ で縦軸が $\log t$ である。3 体目の惑星の介入によって 2 体系では軌道が安定であった $\Delta > 2\sqrt{3}$ の領域でも不安定になっている。図 1 から明らかにデータは次式でフィッティングできる。

$$\log t = b\Delta + c \quad (3)$$

ここで、 b と c は定数である。式 (3) を t について解けば分かるように、不安定時間には軌道間隔に対して指数関数的に増減するという性質がある。したがって原始惑星系の進化のタイムスケールは初期の軌道の間隔によって大きく左右されるのだ。

2.3 惑星多体系

惑星の数をさらに増やしてみる。2 体系から 3 体系に変えたときに劇的に原始惑星の振る舞いが変化したように、惑星の数を増やしていくことで同じように変化が起こるだろうか。図 2 と図 3 はそれぞれ惑星の数を 5 体と 10 体で計算した場合の Δ に対する不安定時間を表す。3 体系と 5 体系での結果を比べると不安定時間は短縮されているが、5 体系と 10 体系の結果はあまり変わらなかった。したがって、これ以上惑星を増やしても不安定時間に大きな変化は見られないことが予想される。

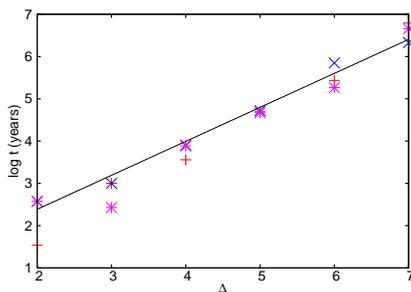


図 2: 質量 1.0×10^{-7} の原始惑星 5 体系における Δ と不安定時間の関係。

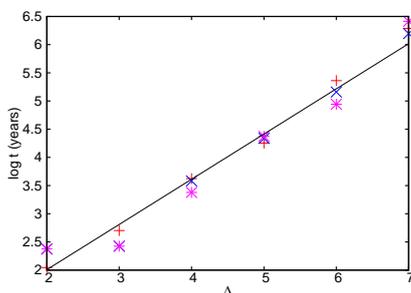


図 3: 質量 1.0×10^{-7} の原始惑星 10 体系における Δ と不安定時間の関係。

2.4 結論と問題点

様々な系についてその安定性を調べてきた。これらの系における原始惑星の振る舞いは 2 体系のそれとは基本的に異なっている。特に、2 体系では軌道の安定と不安定の区別が Δ の値ではっきりとしていたが、3 体系以上では $\Delta > 2\sqrt{3}$ の領域でも不安定になりうる。そして、不安定時間は式 (3) で見積もることができ、 Δ とともに指数関数的に増加するので、初期の軌道間隔に敏感である。この式 (3) を使って、地球型惑星形成を考えると問題点が浮かんでくる。原始惑星が衝突を繰り返し、最終的に地球が形成されるような 7~8 個の大きな原始惑星を考える。これらが順調に合体を繰り返していったとして、最後の 2 体になったときには原始惑星同士の距離はかなり広がってしまい、少なくとも $13R_H$ は離れていることが予想される。もし、この状況で不安定時間を式 (3) を用いて見積もると、その時間は太陽系の年齢程度になってしまい、地球型惑星が形成されないという結論になってしまうのだ。この状況を回避するには原始惑星が衝突、合体を繰り返しながら離心率が大きくなるメカニズムが必要である。ところで、この論文での衝突の意味は 2 体間距離が相互ヒル半径より小さくなるということであった。つまり、真に惑星同士の衝突を扱っているわけではないのである。そこで、本研究では衝突の定義を 2 体間距離が 2 体の半径の和に等しくなることに改め、衝突合体を考慮した原始惑星の軌道進化を解くことにする。それによって軌道間隔が広い原始惑星同士の衝突メカニズムの解明につながるはずである。

3 本研究

本研究の最終的な目的は地球型惑星形成における巨大衝突ステージを理解することで、太陽系の地球型惑星の軌道分布や形成年代、形成メカニズムを解き明かすことである。そのための準備として、原始惑星同士が衝突を繰り返して地球型惑星が形成される過程をシミュレーションできるようになることが重要であると考え、衝突合体を取り入れた軌道計算コードを構築した。本講演では適当な初期条件を与

え、重力相互作用による原始惑星の軌道進化について議論する。

3.1 手法

本研究では、エルミート法を用いた N 体シミュレーションを行う。現在はテスト計算の段階なので粒子数は 6 体である。軌道間隔は $\Delta = 9.0$ である。粒子の初期条件については、離心率と軌道傾斜角は平均値がそれぞれ 0.01 と 0.005 となるレイリー分布に従うような乱数を用いて決定し、軌道長半径は計算ごとに手で与える。そのほかの軌道要素はランダムに与える。ただし、与えられた軌道要素から粒子の初期位置を求め、隣り合った軌道の粒子との角度のずれ方が 20° より小さい場合はもう一度初期条件を与え直すようにしている。質量はすべて $1.0 \times 10^{-7} M_\odot$ である。粒子同士の合体は完全合体で、衝突が起きた際には合体した粒子を合体前の 2 粒子の重心に運動量が保存するような速度で置く。計算時間は 10^7 年である。

3.2 結果

図 4 が衝突を考慮した原始惑星の軌道進化をシミュレーションした結果である。図 4 から重力相互作用などによって軌道が変化し、原始惑星同士が最終的に 2 体になるまで衝突合体を繰り返している様子が分かる。2 つの原始惑星が合体する部分に注目すると、原始惑星の離心率が上がり、軌道交差が起きて衝突合体している過程がよく分かる。さらに、合体を考慮したことで先行研究では確かめられなかった衝突によって惑星の離心率が上がるという現象が確認できた。さらに先行研究では、最後の 2 体になってから次の衝突が起こるまでの時間がかかり過ぎてしまっていた。図 4 を見ると、2 体になった時点で離心率がかなり大きくなっているなのでその問題についても解消されるだろう。

3.3 展望

図 4 のように原始惑星が衝突合体を繰り返して 1 つの地球型惑星が形成されたとする。そのとき、形

成された地球型惑星の離心率はかなり大きなものになることが容易に予想できる。しかし、例えば現在の地球の軌道離心率が 0.0167 であるように、実際にはそのようではない。つまり、衝突合体によって上がった離心率を今度は抑制するようなメカニズムが必要になる。今後は原始惑星円盤のガスの散逸や、原始惑星衝突時に出る破片を考慮することでそのメカニズム解明していくつもりである。

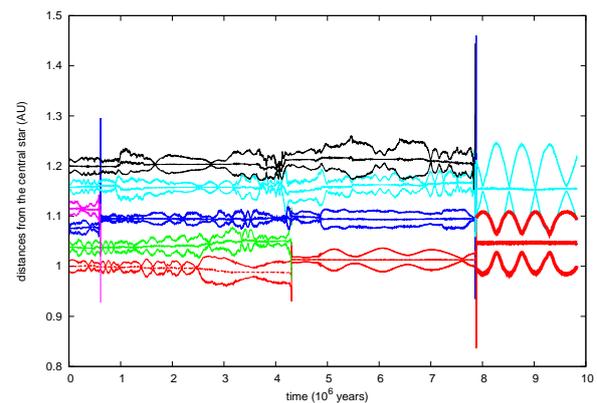


図 4: 質量 1.0×10^{-7} 、初期軌道間隔 $\Delta = 9.0$ の惑星 6 体系における軌道進化を表す。色で原始惑星を区別し、1 つの惑星に対して上から中心星から遠日点までの距離、軌道長半径、中心星から近日点までの距離を表している。3 種類の線の太さは原始惑星の質量に対応しており、細いものから順に $1.0 \times 10^{-7} M_\odot$ 、 $2.0 \times 10^{-7} M_\odot$ 、 $4.0 \times 10^{-7} M_\odot$ を表す。

謝辞

基礎物理学研究所 (研究会番号: YITP-W-15-04) 及び国立天文台からのご支援に感謝いたします。

参考文献

Chambers J. E., Wetherill G. W., Boss A. P., 1996, *Icarus*, 119, 261

Makino J., Aarseth S., 1992, *PASJ*, 44, 141