

データステッチングとアルゴリズム開発

石井 遊哉 (京都大学大学院 理学研究科)

Abstract

望遠鏡の開発にあたって、鏡の表面荒さが要求仕様を満たしているかを調べるためには、表面形状を測定する必要がある。直線経路上の高さを測定する機器を使用すると、鏡面を網目状に測定することで表面形状が得られる。しかし測定データには各経路ごとに異なる偶然誤差が乗っているため、本来同じ値であるはずの経路の交点でも異なる値を示し、真の表面形状とは見せせない。そのため、従来のデータステッチングは交点部分の偏差が最小となるように、各経路データ一本ずつの並進・回転を調整して処理していた。しかしこの手法では交点の不一致は依然残ったままであり、知りたい精度を確保するにはより高精度の測定機器を必要とした。これはデータを「剛体」として扱っていると言える。

これに対して我々が開発中のデータステッチングは、各経路のデータ一本ずつを「弾性体」として扱い、交点部分の値が完全一致するように強制変位を与えて貼り合わせていく。この処理によって、従来に比べて形状情報を保ったまま交点部分の不一致を解消することができる。実際、鏡の形状を計測したデータを本手法で処理すると、表面粗さの指標となる RMS が 84 nm から 28 nm に改善するなど、偶然誤差の影響を大幅に軽減することが実験的に確かめられている。この技術は、画像のモザイク合成など重複領域を持つデータに対して広く応用でき、非常に汎用性が高い。

今回、よりコンパクトな行列計算でこの処理をアルゴリズムを開発した。本発表では、データステッチングの概念とその計算アルゴリズム、実際に処理し誤差の影響を小さくしたデータを紹介する。

1 Introduction

現在、京都大学は岡山に口径 3.8m の光赤外望遠鏡を建設している。鏡の要求仕様は RMS で概ね 30nm 以下であり、これを満たしているかを高精度で計測する必要がある。ここで RMS とは、真値からの差の 2 乗平均の平方根である。鏡の表面形状を高精度に計測するには干渉計がよく用いられる。干渉計は被験面で反射して帰ってきた光を用いるが、副鏡は凸面であるため、反射光が拡散され計測が難しい。

そのため、ローカルな点の高さを測定するセンサを直線状に動かし、鏡面上を掃いて測定することで表面形状を得る手法を取る。しかし測定器には測定誤差があり、同じ点の高さを測定しても、測定ごとに異なった値が得られてしまう。そのため今回必要な精度で確認するには、非常に高精度な計測器が必要となるが、そのような機器はコストが高く、使用が制限されるという問題があった。

そこで我々は、データ処理によって測定精度を上げる技術を開発した。一般に、測定経路が重なった

交点での値は、測定誤差によって一致していない。ここに得られた各経路のデータを一本の弾性体の棒と考え、交点での値が一致するように強制変位を与える。それに伴って、交点以外の点も弾性体として曲げられることになる。つまり交点が「くっつく」強制変位の条件下で、系全体の弾性体のエネルギーが最小となるように釣り合った状態となる。この処理によって、従来は交点だけに集中していた「不一致」のストレスがデータ全体に共有されるため、測定誤差による精度の影響を抑えることができる。

2 Methods

弾性体モデルとして、以下の弾性曲線方程式 (1) を用いる。

$$v(x) = \frac{l-a}{6EI} x(l^2 - a^2 - x^2)P \quad (1)$$

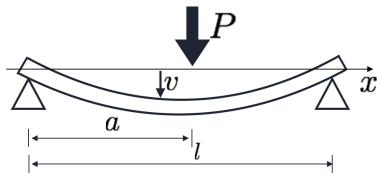


図 1: 弾性曲線方程式の概念図

ここで v は、図 1 のように長さ l の弾性体の棒（以下で梁と呼ぶ）の一端から距離 a の位置に外力 P が加わったとき、任意の位置 x での変位量を表す。外力が P_1, P_2, \dots と増えた場合は線形和で項が増える。

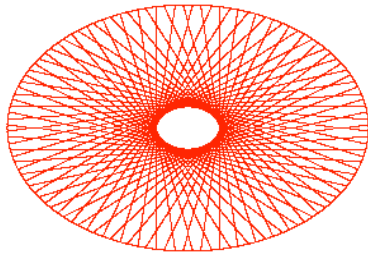


図 2: 鏡の計測パス

図 2 は鏡の計測パスを上から見たものである。この一本ずつを梁と考え、交点となっている部分に強制変位の外力を与える。これらを各交点の外力と変位について行列表記すると

$$\begin{pmatrix} \text{外力} \\ P \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \text{剛性} \\ \text{マトリクス} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \text{変位} \\ v \end{pmatrix} \quad (2)$$

となる。左辺は各点にかかる外力のベクトル、右辺は各点の変位のベクトルに、式 (1) などによる係数が入った正方行列がかかっている。この行列は「各点がどの程度硬い (= 動きにくい) か」を表すため、剛性マトリクスと呼ばれる。

力のつり合いと強制変位の条件をこれに用いて、係数行列の逆行列を求めることで変位を解く。これを誤差で暴れた元データに加えることでデータステッチングの処理は完了する。

3 Simulation

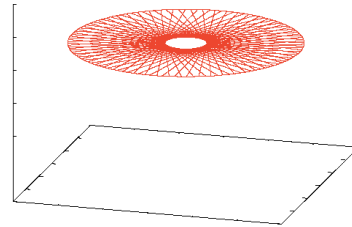


図 3: 真値

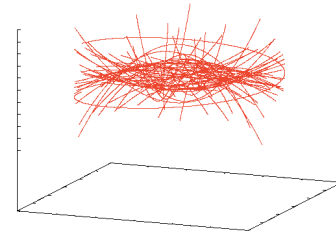


図 4: 誤差を与えたデータ

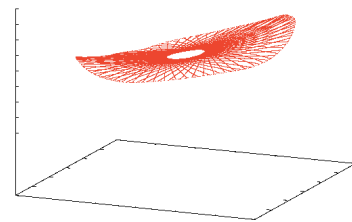


図 5: 処理後のデータ

シミュレーションとして、図 3 のような平面の真値に、計測手法により現れる 2 次の曲線成分と、計測誤差としての乱数を与えて図 4 のようなデータを作る。この 2 次の曲線成分は、今回計測に用いるセンサーがローカルな曲率を計測するものであるため、それを 2 回積分して形状になおす段階で現れる 2 次の不定成分である。

これをデータステッチングで処理すると、図 5 のように真値の平面形状により近いデータが得られた。なお図 5 は平面の傾きを補正していないが、実際は

これを引いたデータを用いる。RMS を比較すると、処理前の 84nm に比べて 28nm まで落ち着くという結果を得た。

4 Conclusion

我々の開発したデータステッチングはデータを弾性体として扱う。交点部分の偏差が解消されるように強制変位を与え、それに合わせて周りのデータを変形させる。この処理によって、従来より形状情報を保ったまま誤差の影響を小さくすることができる。RMS が $1/3$ に抑えられることを考慮すると、高精度な計測器を使わずとも要求仕様を満たしていることが確認できるデータが得られる。