パルサータイミングによるスカラーダークマター探索

井上 輝 (神戸大学大学院 理学研究科)

Abstract

アインシュタインの一般相対性理論によると，銀河を形成するためには現在知られているバリオン以外の物質が必要となる．その未知の物質のことをダークマターと呼ぶが，ダークマターは電磁波と相互作用しないので観測することが難しい．そこで，パルサータイミングを用いて間接的にダークマターを探索する方法がある．今回考えるのは，質量が $10^{-23} \sim 10^{-22}\,\mathrm{eV}$ のスカラー粒子で，その振幅は 10^{-15} 程度，振動数は nHz 程度となる．現在はまだそのような領域までパルサータイミングを測定する電波望遠鏡は存在しないが，近い将来 SKA という電波望遠鏡ができるので，将来的に観測が期待される．

1 Introduction

現在，宇宙論で理論的にわかっていることは非常に少ない．宇宙ができた頃の様子もよくわからないし，現在でも遠方の現象はまったく解明されていない．それどころか，我々の近傍のことに関してもよく知られていないことがたくさんある．今回考えるのは，天の川銀河の中に存在しなければならないとされているダークマターについてである．

現在の宇宙に存在する質量を現在の素粒子論を用いて理論的に予測すると，観測によって見積もられた質量よりもずいぶん重くなってしまう．そこで現在の素粒子論では記述できないような未知の粒子であるダークマターを考える必要が出てくる．従来の ΛCDM 理論では銀河の中心部の密度分布がカスプ状 (尖っているような状態) であるとされるが，これも観測事実と合わない．そこで今回は観測事実を矛盾なく説明できるような，質量が $m \sim 10^{-23}\,\mathrm{eV}$ のスカラー粒子がダークマターであるモデルについて考える．この粒子はとても軽いので，宇宙空間に存在する塵が種となって重力によって密集する．その局所的な密度はだいたい $0.3\,\mathrm{GeV/cm^3}$ である．

次に，パルサーと呼ばれる天体からのシグナルが周期的であることを利用して，そのダークマターの存在を予言する．$10M_\odot$ 程度の恒星が超新星爆発を起こすと，自己重力と粒子の速度の関係によってその後の振る舞いが変わる．速度が大きすぎるとそのまま拡散してしまう．逆に自己重力が大きすぎると，ブラックホールになってしまう．そのちょうど間の力の関係のとき，天体は中性子星となる．半径が 10 km 程度のコンパクトな天体となるので，角運動量保存則より中性子星の自転周期は小さくなる（1s 程度）．この中性子星に磁極があるとき，自転軸と磁極を結ぶ直線が一致しなければ磁極から電磁波が放出され，その電磁波が自転周期に合わせたパルス波となって地球まで届く．これがパルサーの正体である．

また，近くに重力源があると光の測地線が曲がるのでパルサータイミングが遅れることになる．今回はこのずれを使ってダークマターを探索する．

2 Methods

2.1 モデルについて

我々の銀河中のダークマターの数密度を $n = \rho_{\mathrm{DM}}/m$ とすると，状態の占有数は，

$$\frac{\Delta N}{\Delta x^3 \Delta p^3} \sim \frac{n}{k^3} \simeq 10^{96} \left(\frac{\rho_{\mathrm{DM}}}{0.3\,\mathrm{GeV/cm^3}} \right) \left(\frac{10^{-23}\,\mathrm{eV}}{m} \right)^4 \quad (1)$$

と見積もられる．占有数は非常に大きいので，ダークマターは古典スカラー場 $\phi(\mathbf{x}, t)$ によって表される．

2.2 古典スカラー場の理論

作用積分は，

$$S = \frac{1}{2} \int \left((\partial\phi)^2 - \frac{1}{2} m^2 \phi^2 \right) d^4x \quad (2)$$

最小作用の原理より，クライン・ゴルドン方程式

$$(\partial_\mu \partial^\mu + m^2)\phi = 0 \tag{3}$$

が得られる．エネルギー運動量テンソルは，

$$T_{\mu\nu} = \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - \frac{1}{2} g_{\mu\nu}((\partial\phi)^2 - m^2\phi^2) \tag{4}$$

となる．ここで (3) の解として，

$$\phi(\mathbf{x}, t) = A(\mathbf{x}) \cos(mt + \alpha(\mathbf{x})) \tag{5}$$

を選ぶ．$(\nabla\phi)^2 \sim k^2\phi^2$ でこれは十分小さいと見なせるとする．そうすると，エネルギー密度は

$$\rho_{\mathrm{DM}} \equiv T_{00} = \frac{1}{2} m^2 A^2 \tag{6}$$

となる．また，$\omega = 2m$ とすると

$$T_{ij} = -\frac{1}{2} m^2 A^2 \cos(\omega t + 2\alpha)\delta_{ij} \equiv p(\mathbf{x}, t)\delta_{ij} \tag{7}$$

となる．これを周期で平均するとゼロとなることから，十分長い宇宙の時間スケールに対して圧力は無視できる．したがって，この粒子は非相対論的粒子とみなすことができ，コールドダークマターの候補となりうる．

2.3 スカラー摂動におけるアインシュタイン方程式

ここでは，重力があまり大きくないとしてニュートニアンゲージを導入し，計量の時間部分と空間部分にスカラーによる摂動を入れて考えていく．

そこで，ニュートニアンゲージ

$$ds^2 = (1 + 2\Phi(\mathbf{x}, t))dt^2 - (1 - 2\Psi(\mathbf{x}, t))\delta_{ij} dx^i dx^j \tag{8}$$

を考える．このとき，アインシュタイン方程式の 00 成分は，

$$\begin{aligned} G_{00} = 2\Delta\Psi = 8\pi G T_{00} = 8\pi G \rho_{\mathrm{DM}} \\ \therefore \Delta\Psi = 4\pi G \rho_{\mathrm{DM}} \end{aligned} \tag{9}$$

同様に ij 成分は，

$$\begin{aligned} G_{ij} &= \partial_i \partial_j (\Psi - \Phi) + \{2\ddot{\Psi} - \Delta(\Psi - \Phi)\}\delta_{ij} \\ &= 8\pi G T_{ij} = 8\pi G p(\mathbf{x}, t)\delta_{ij} \end{aligned} \tag{10}$$

トレースをとると，

$$6\ddot{\Psi} - 2\Delta(\Psi - \Phi) = 24\pi G p(\mathbf{x}, t) \tag{11}$$

また，(10) の $i \neq j$ である成分は，

$$\partial_i \partial_j (\Psi - \Phi) = 0 \tag{12}$$

であり，無限遠方での境界条件より，

$$\Psi = \Phi \tag{13}$$

となる．したがって，(11) は，

$$\ddot{\Psi} = 4\pi G p(\mathbf{x}, t) \tag{14}$$

と簡単になる．(14) の解はリニアオーダーで，

$$\Psi(\mathbf{x}, t) = \Psi_0(\mathbf{x}) + \Psi_c(\mathbf{x}) \cos(\omega t + 2\alpha(\mathbf{x})) \tag{15}$$

である．ただし Ψ_c は，

$$\Psi_c(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}\pi G A(\mathbf{x})^2 = \pi \frac{G\rho_{\mathrm{DM}}(\mathbf{x})}{m^2} \tag{16}$$

となる．

2.4 パルサータイミング

パルサータイミングのずれは，

$$\mathit{\Delta} t(t) = -\int_0^t \frac{\Omega(t') - \Omega_0}{\Omega_0} dt' \tag{17}$$

で定義される．振動数のずれは，

$$\frac{\Omega(t) - \Omega_0}{\Omega_0} = \Psi(\mathbf{x}, t) - \Psi(\mathbf{x_P}, t') - 2\int_{t'}^t \mathbf{n} \cdot \nabla\Psi dt \tag{18}$$

ただし，時刻 t' に場所 $\mathbf{x_P}$ から振動数 Ω_0 のシグナルが出て，時刻 t に場所 $\mathbf{x}$ で振動数 $\Omega(t)$ のシグナルを観測したとする．パルサーからパルス波が伝播するのにかかる時間は $t - t' = D$ であるが，これはパルサーまでの距離でもある．パルサータイミングの観測で見るパルサーは $D \simeq 100\,\mathrm{pc} \simeq 10^{10}\,\mathrm{s}$ 程度であるので，これに対して被積分関数の振動周期 $T \simeq 10^8\,\mathrm{s}$ は十分短く積分項は無視できる．よって，

$$\frac{\Omega(t) - \Omega_0}{\Omega_0} = \Psi(\mathbf{x}, t) - \Psi(\mathbf{x_P}, t') \tag{19}$$

Ψ_0 は時間依存しない振動数のずれであるので，パルサータイミングのずれには寄与しない．ゆえに (16) より，

$$\begin{aligned}\frac{\Omega(t)-\Omega_0}{\Omega_0} =& \Psi_c\{\cos(\omega t + 2\alpha(\mathbf{x})) \\ &- \cos(\omega(t-D) + 2\alpha(\mathbf{x_p}))\} \end{aligned} \tag{20}$$

3 Results

(20) より積分を実行して，時間依存する部分のみ書き下すと，

$$\begin{aligned}\Delta t(t) =& \frac{2\Psi_c}{\omega}\sin\left(\frac{\omega D}{2} + \alpha(\mathbf{x}) - \alpha(\mathbf{x_p})\right) \\ & \times \cos\left(\omega t + \alpha(\mathbf{x}) + \alpha(\mathbf{x_p}) - \frac{\omega D}{2}\right)\end{aligned} \tag{21}$$

となる．この振幅を Δt_{DM} とすると，

$$\Delta t_{\mathrm{DM}} = \frac{2\Psi_c}{\omega}\sin\left(\frac{\omega D}{2} + \alpha(\mathbf{x}) - \alpha(\mathbf{x_p})\right) \tag{22}$$

となり，その二乗平均は，

$$\sqrt{\langle \Delta t_{\mathrm{DM}}^2 \rangle} = \sqrt{2}\frac{\Psi_c}{\omega} \tag{23}$$

となる．また，重力波によってもパルサータイミングがずれることが知られていて，その振幅 h_c は

$$\Delta t_{\mathrm{GW}} = \frac{h_c}{\omega}\sin\left(\frac{\omega D(1-\cos\theta)}{2}\right)(1+\cos\theta)\sin(2\psi) \tag{24}$$

で与えられる．二乗平均すると，

$$\sqrt{\langle \Delta t_{\mathrm{GW}}^2 \rangle} = \frac{1}{\sqrt{3}}\frac{h_c}{\omega} \tag{25}$$

となる．ダークマターによるパルサータイミングのずれが，重力波によるものだと思うと，(23) と (25) が等しいとすれば良い．したがって重力波の振幅は，

$$h_c = \sqrt{6}\Psi_c = 10^{-15}\left(\frac{\rho_{\mathrm{DM}}}{0.3\,\mathrm{GeV/cm^3}}\right)\left(\frac{10^{-23}\,\mathrm{eV}}{m}\right)^2 \tag{26}$$

振動数は，

$$f \equiv \frac{\omega}{2\pi} = 5\cdot 10^{-9}\,\mathrm{Hz}\left(\frac{m}{10^{-23}\,\mathrm{eV}}\right) \tag{27}$$

に対応する．

4 Conclusion

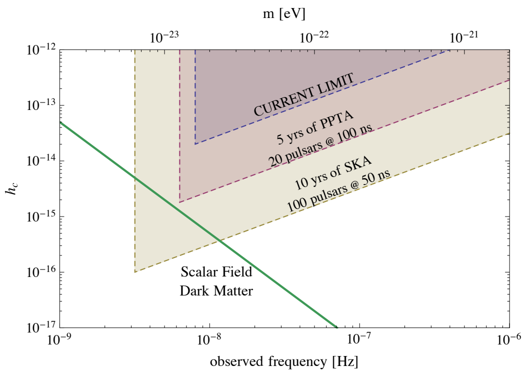

図 1: パルサータイミングの観測限界

図 1 は，横軸に振動数，縦軸に重力波の振幅を対応させたグラフである．今回考えたスカラーダークマターは，緑色の直線上にのっている．将来的には，SKA でスカラーダークマターが見つかることが期待できる．

今後の展望としては，異なる重力理論を用いてパルサータイミングの計算をし直し，いろいろな予言を与えたいと思う．

Acknowledgement

基礎物理学研究所 (研究会番号：YITP-W-15-04) 及び国立天文台からのご支援に感謝いたします。

Reference

池内了『観測的宇宙論』(1997 年，東京大学出版会)

松原隆彦『現代宇宙論』(2010 年，東京大学出版会)

松原隆彦『宇宙論の物理（上・下)』(2014 年，東京大学出版会)

内山龍雄『一般相対性理論』(1978 年，裳華房)

シュッツ『相対論入門』(2010 年，丸善株式会社)

ランダウ，リフシッツ『場の古典論』(1978 年，東京図書株式会社)

A.Khmelnitsky, V.Rubakov, *Pulsar timing signal from ultralight scalar dark matter*, 2014

S.Carroll, *Spacetime and Geometry An Introduction to General Relativity*, 2003

A.Liddle, *An Introduction to Modern Cosmology*, 2003

D.Gorbunov, V.Rubakov, *Introduction to the Theory of the Early Universe Hot Big Bang Theory*, 2011

D.Gorbunov, V.Rubakov, *Introduction to the Theory of the Early Universe Cosmological Perturbations and Inflationary Theory*, 2011

P.Peebles, *Principles of Physical Cosmology*, 1993