

線電荷による電場を遮蔽する宇宙ひも

小川 達也 (大阪市立大学大学院 理学研究科)

Abstract

本研究では、宇宙ひも [2] と Q-ボール [3] の配位を融合させ [4]、複素スカラー場の位相が時間的に回転しているような宇宙ひもを考える。この時、ネーターチャージが消えないため、スカラー場がチャージを持つ宇宙ひもとなる。具体的に、スカラー場とゲージ場に円筒対称性と定常性を課し、適切な境界条件の下で場の方程式を解くことを考える。この方程式は非線形連立偏微分方程式から非線形連立常微分方程式に帰着し、解析的に解くのは困難であるが数値的に解くことが容易となる。この位相が回転する宇宙ひもに関して、局所的宇宙ひもを考える。動径方向に変化する時間成分を持ったゲージ場で局所化された、位相が回転する局所的宇宙ひもでは、遠方でスカラー場の位相回転をゲージモードに吸収するような境界条件を課す。これにより、エネルギーが局在化された、位相が回転する宇宙ひもを構成することができる。このとき、ゲージ場の時間成分の発散が消えず、磁場だけでなく、磁場に直交する方向に電場も持った宇宙ひもの解となる。さらに、スカラー場により、この電場もまた宇宙ひも内部で閉じ込められる。この電場の寄与により、エネルギー・運動量テンソルはエネルギー線密度と張力の間にずれが生じ、新たに角度方向のエネルギーフラックスが生じる事になる。本発表では、この位相が回転する宇宙ひもの性質について論じる。

1 トポロジカルソリトン

我々の宇宙には基本的な相互作用として、「強い相互作用」「弱い相互作用」「電磁相互作用」「重力相互作用」がある。現在の素粒子標準模型では、これらの相互作用の内、弱い相互作用と電磁相互作用は $SU(2) \times U(1)$ の対称性を持つゲージ理論であるワインバーグ・サラム理論によって統一されており、強い相互作用は $SU(3)$ 対称性を持つゲージ理論である量子色力学によって記述される。さらに、重力相互作用を除く 3 つの相互作用を、より高い対称性を持つゲージ理論により統一しようとする大統一理論 (GUT) の試みが盛んにおこなわれている。初期宇宙のような非常に高温な状態では、大統一理論で考えられているような相互作用の統一が起こり、真空は高い対称性を持っていたと考えられる。この高い対称性を持つ真空は、宇宙が進化し、温度が下がるにつれて、相転移を起こし、より低い対称性を持つ真空に変化したと考えられる。この、真空の相転移が起きる際に、位相欠陥と呼ばれるソリトンが生成される [1]。位相欠陥には、「ドメインウォール」「宇宙ひも」「モノポール」「テクスチャー」等があり、これらはそれぞれ位相不変量で特徴づけられるため、「トポロジカルソリ

トン」と呼ばれる。しかしドメインウォールとモノポールは観測により、その存在量が強く制限されている。そこで位相欠陥の中でも、現在においても存在が許される宇宙ひもに着目した。

2 Q-ボール

一方、「Q-ボール」に代表される「ノントポロジカルソリトン」と呼ばれるソリトンも存在する。超対称性理論において Q-ボールは自然に現れるということが指摘された。これらのソリトンは、位相不変量ではなく連続的な対称性に対応した、保存するネーターチャージにより特徴づけられる。これらのソリトンもまた、宇宙の相転移に従って存在が予言される。Q-ボールの大きな特徴は、ゲージ場が無くともエネルギーが局在化されていることである。Q-ボールは複素スカラー場の自己相互作用によって、球状の有限領域の内部でのみ値を持っているようなソリトンであり、ここではスカラー場の位相の方向がすべてそろっていて、それが時間に依存して回転しているような場の配位をしている。ここで、電荷保存則によりその回転は減衰しない。

3 位相が回転する局所的宇宙ひも

宇宙ひもは $U(1)$ 対称性が破れるとき生成されるトポロジカルソリトンである。本研究では、線電荷を準備し、さらに宇宙ひもと Q-ボールの配位を融合させ、複素スカラー場の位相が時間的に回転している宇宙ひもを考える。局所的 $U(1)$ ゲージ変換に対し不変なラグランジアンは、

$$\mathcal{L} = -g^{\mu\nu}(\bar{D}_\mu\bar{\phi})(D_\nu\phi) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{\lambda}{4}(\bar{\phi}\phi - \eta^2)^2 \quad (1)$$

であり、複素スカラー場、及び、ゲージ場に定常性・円筒対称性を課すことで、

$$\phi(t, r) = e^{i(\omega t + n\theta)} f(r) \quad (2)$$

$$A_\mu(r) = \left(\frac{\omega}{e}\beta(r), 0, \frac{n}{e}\alpha(r), 0 \right) \quad (3)$$

なるアンザッツを置くことができる。

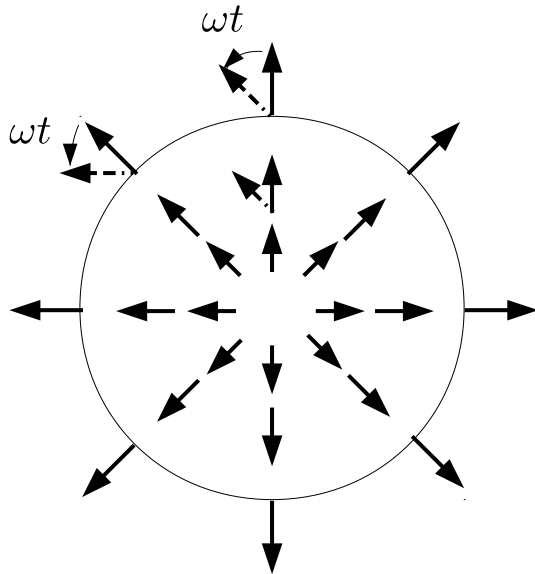


図 1: 位相が回転する宇宙ひもの場の配位

このときスカラー場、及び、ゲージ場の方程式は、

$$\frac{d^2 f}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{df}{dr} - \frac{n^2}{r^2} f(\alpha-1)^2 + \frac{1}{e^2} f B^2 - \frac{\lambda}{2e^2} f(f^2-1) = 0 \quad (4)$$

$$\frac{d^2 \alpha}{dr^2} - \frac{1}{r} \frac{d\alpha}{dr} - 2f^2(\alpha-1) = 0 \quad (5)$$

$$\frac{d^2 B}{dr^2} - \frac{1}{r} \frac{dB}{dr} - 2f^2 B + \frac{1}{e} \rho_0 U(r_s - r) = 0 \quad (6)$$

で与えられる。ここで、 $B(r) \equiv \omega(\beta(r) - 1)$ 、 n は複素スカラー場の巻き数、 ρ_0 は線電荷密度、 $U(r)$ は単位ステップ関数である。境界条件は、

$$f(r), \alpha(r) \rightarrow 1, B(r) \rightarrow 0 : r \rightarrow \infty \quad (7)$$

$$f(r), \alpha(r), \frac{dB}{dr} \rightarrow 0 : r \rightarrow 0 \quad (8)$$

で与えられる。

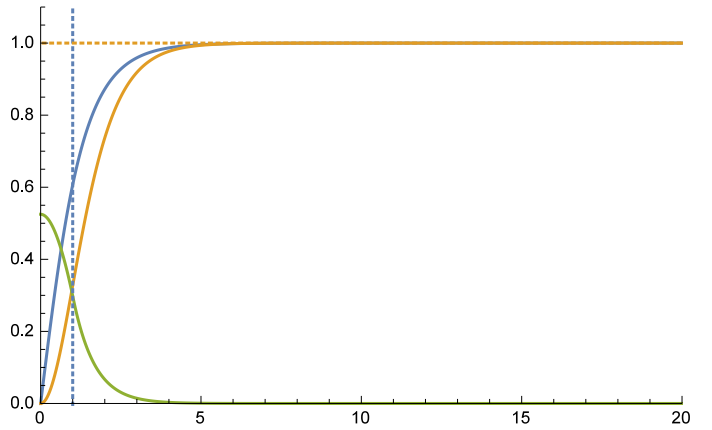


図 2: 数値解の例

このとき、ゲージ場の時間成分の勾配がゼロではないので、宇宙ひも内部には電場が存在する。エネルギー密度、張力はそれぞれ、

$$T_0^0 = -\frac{1}{2} \left\{ f^2 B^2 + \left(\frac{df}{dr} \right)^2 + \frac{n^2}{r^2} (\alpha-1)^2 f^2 + \frac{\lambda}{4} (f^2-1)^2 \right\} - \frac{1}{4} \left[\frac{1}{e^2} \left(\frac{dB}{dr} \right)^2 + \frac{n^2}{e^2 r^2} \left(\frac{d\alpha}{dr} \right)^2 \right] \quad (9)$$

$$T_3^3 = -\frac{1}{2} \left\{ -f^2 B^2 + \left(\frac{df}{dr} \right)^2 + \frac{n^2}{r^2} (\alpha-1)^2 f^2 + \frac{\lambda}{4} (f^2-1)^2 \right\} - \frac{1}{4} \left[-\frac{1}{e^2} \left(\frac{dB}{dr} \right)^2 + \frac{n^2}{e^2 r^2} \left(\frac{d\alpha}{dr} \right)^2 \right] \quad (10)$$

で与えられ、ゲージ場の時間成分がエネルギー密度と張力をずらす働きをしていることがわかる。また新たに、

$$T_2^0 = -2nB(\alpha-1)f^2 - \frac{n^2}{e^2 r^2} \left(\frac{dB}{dr} \right) \left(\frac{d\alpha}{dr} \right) \quad (11)$$

で与えられる、角度方向のエネルギーフラックスがあることが分かった。

Acknowledgement

基礎物理学研究所 (研究会番号 : YITP-W-15-04)
及び国立天文台からのご支援に感謝いたします。

Reference

A.Vilenkin and E.P.S Shellard; "Cosmic Strings and
Other Topological Defects"; CAMBRIDGE UNI-
VERSITY PRESS(2000)

H.B.Nielsen and P.Olesen; "VORTEX-LINE MOD-
ELS FOR DUAL STRINGS"; Nucl.Phys. B61
(1973) 45.

S.Coleman; "Q-Balls" ; Nucl.Phys.B262,263 (1985)

N.Sakai, H.Ishihara, K.Nakao; "Q-tubes,Q-rings
and Q-crusts" (2010)