大規模構造から探るインフレーション

秋津 一之 (東京大学カブリ数物連携宇宙研究機構)

Abstract

現在の宇宙の構造形成の標準的シナリオは，初期宇宙の量子ゆらぎがインフレーションで引き延ばされて古典化された原始ゆらぎを種として，その原始ゆらぎが重力不安定性によって成長することによって銀河，銀河団，大規模構造という階層構造がつくられたというものである．つまり，宇宙の大規模構造を詳細に観測し，宇宙の構造形成を逆問題として解くことによって，初期の原始ゆらぎの情報，最終的にはインフレーションなど初期宇宙の物理の情報を引き出すことができると考えられる．しかし，銀河サーベイに関連する近傍の宇宙ではゆらぎの成長が進んでおり，異なる波長のモード同士がカップリングしあう非線形性の影響を考慮する必要がある．本発表では，この非線形性を逆に利用することによって，サーベイ領域や N 体シミュレーションの box を超えるような長波長ゆらぎの情報を復元する手法を紹介し，今後の展望を述べる．

1 Introduction

現在の宇宙の全ての構造の起源は，初期宇宙における量子ゆらぎがインフレーションで引き延ばされて古典化された原始ゆらぎにある．現在の宇宙の構造は，この原始ゆらぎが膨張宇宙において重力不安定性によって成長することで形成されたものである．しかし，この原始ゆらぎを生み出す初期宇宙の模型は乱立しており，CMB の観測だけからは未だ強い制限をつけることができていない．そこで近年注目されているのが，宇宙の大規模構造の精密測定から，構造形成を逆問題として解くことによって，原始ゆらぎの情報を引き出すことを目的とする試みである．

ところが，銀河サーベイに関連する近傍の宇宙（$z = 1〜2$）ではゆらぎの成長が進んでおり，異なる波数のモード同士の非線形カップリングの影響を考えなければならない．CDM 構造形成モデルでは，短波長ゆらぎの成長はこの非線形性の効果が大きいが，長波長ゆらぎの成長はまだ線形段階におり，直接原始ゆらぎの情報を含んでいる．さらに，長波長のゆらぎはインフレーションの初期に古典化された量子ゆらぎであり、インフレーションの物理をよりクリーンに残していると考えられる．すなわち，大規模構造の観測から初期宇宙の物理の情報を引き出すためには，長波長ゆらぎに注目する必要がある．

一方，観測的には大規模構造を調べるために行われる銀河サーベイは必ず有限体積で行われるので，サーベイ領域を超える長波長ゆらぎを直接観測することは難しい．また，理論的にも構造形成の理論モデルとして N 体シミュレーションを用いるのが通例であるが，通常は周期境界条件を課すので長波長ゆらぎは無視されている．長年，精密宇宙論を見据える上でも，この長波長ゆらぎの実際の影響が謎であった．

この長波長ゆらぎの影響を取り入れる新たな手法として，“separate universe”と呼ばれる方法が提案されている．本発表では，この方法についてレビューし，先行研究の問題点を指摘することで今後の展望を述べる．

2 Method

2.1 Separate Universe

長波長ゆらぎの効果を取り入れるために提案されている“separate universe”と呼ばれる手法では．観測的，理論的に直接見ることができない長波長ゆらぎを「ゆらぎ」として扱うのではなく，バックグラウンドの一部，つまり背景時空への効果として取り入れる．すなわち，有限体積のサーベイ領域／シミュレーション box をバックグラウンドの宇宙とは独立した宇宙（=separate universe）と考えた時に，バックグラウンドの宇宙に存在する長波長ゆらぎを，separate universe ではその進化を記述するパラメータ（scale

因子・Hubble 定数・空間曲率）に繰り込むことを考える [Y. Li et al. (2014)] [C. Wagner et al. (2014)]．宇宙の構造形成は時空の膨張 (斥力) と重力 (引力) の綱引きで引き起こされるため，この“separate universe” の手法により，長波長ゆらぎと短波長ゆらぎの重力非線形モードカップリングを正しくモデル化することができる．

まず，サーベイ領域における平均密度ゆらぎ δ_b を separate universe における平均密度 $\bar{\rho}_{mW}$ に取り入れる（$\bar{\rho}_m$ はバックグラウンドの宇宙での平均密度である．以後，separate universe でのパラメータには添字 W をつけて区別する）．

$$\bar{\rho}_m(t)[1+\delta_b(t)] = \bar{\rho}_{mW}(t) \tag{1}$$

$\rho(a=1) = \Omega_m \frac{3H_0^2}{8\pi G}$，$H_0 = 100h$ km s^{-1} Mpc^{-1} より標準的な宇宙論パラメータで書き直せば，

$$\frac{\Omega_m h^2}{a^3(t)}[1+\delta_b(t)] = \frac{\Omega_{mW} h_W^2}{a_W^3(t)} \tag{2}$$

ここで，$\lim_{t\to 0}\delta_b(t) = 0$ であることから，separate universe の宇宙論パラメータに対する境界条件として，

$$\lim_{t\to 0} a_W(a(t),\delta_b(t)) = a \tag{3}$$

が分かる．これと (2) から，

$$\Omega_m h^2 = \Omega_{mW} h_W^2 \tag{4}$$

である．すると，再び (2) から，

$$a_W(t) = \frac{a}{[1+\delta_b(t)]^{1/3}} \approx a(t)\Big[1 - \frac{\delta_b(t)}{3}\Big] \tag{5}$$

が得られる．また，それぞれの宇宙における膨張率 $H = \frac{\dot{a}}{a}$ の差は

$$\delta H^2 = H_W^2 - H^2 = \Big(\frac{\dot{a}_W(t)}{a_W(t)}\Big)^2 - \Big(\frac{\dot{a}(t)}{a(t)}\Big)^2 \approx -\frac{2}{3}H\dot{\delta}_b \tag{6}$$

と求まる．各宇宙における Friedmann 方程式を考えると，

$$H_W^2 = H_{0W}^2\Big[\frac{\Omega_{mW}}{a_W^3} + \Omega_{\Lambda W} + \frac{\Omega_{KW}}{a_W^2}\Big] \tag{7}$$

$$H^2 = H_0^2\Big[\frac{\Omega_m}{a^3} + \Omega_\Lambda + \frac{\Omega_K}{a^2}\Big] \tag{8}$$

ここで，separate universe における Hubble 定数 H_{0W} は

$$H_{0W} \equiv H_W|_{a_W=1} \neq H_W|_{a=1} \tag{9}$$

と定義した．(7) – (8) を計算し，宇宙定数については各宇宙で物理的密度が一定

$$\Omega_\Lambda h^2 = \Omega_{\Lambda W} h_W^2 \tag{10}$$

として，(4) と (5) を使い δ_b の 1 次まで残すと，

$$\delta H^2 \approx \frac{H_{0W}^2 - H_0^2}{a^2} + H_0^2\delta_b\Big[\frac{\Omega_m}{a^3} + \frac{2}{3}\frac{\Omega_K}{a^2}\Big] \tag{11}$$

となる．バックグラウンドの Λ-CDM universe では，成長率は

$$H\dot{\delta}_b = \frac{\Omega_m H_0^2}{2a^2}\Big[\frac{5}{D(t)} - \frac{3}{a} - \frac{2\Omega_K}{\Omega_m}\Big]\delta_b \tag{12}$$

と書ける．ここで，$D(t)$ は線形成長因子（$\delta_b(t) = (D(t)/D_0)\delta_{b0}$）であり，$\lim_{t\to 0} D(t) = a$ のように規格化する．これを使い，(6) と (11) を比べることで，

$$\frac{\delta h}{h} \equiv \frac{H_{0W} - H_0}{H_0} \approx -\frac{5\Omega_m}{6}\frac{\delta_b(t)}{D(t)} \tag{13}$$

を得る．更に (4) と (10) から，

$$\frac{\delta\Omega_m}{\Omega_m} = \frac{\delta\Omega_\Lambda}{\Omega_\Lambda} \approx -2\frac{\delta h}{h} \tag{14}$$

と分かるので、これと (13) から separate universe における宇宙論パラメータが，長波長ゆらぎの存在によってどのように変更されるかが決まる．バックグラウンドの宇宙の空間が flat の場合でも，長波長ゆらぎが存在する場合，以下のように separate universe には空間曲率が存在する．

$$\begin{aligned}\Omega_{KW} &= 1 - \Omega_{mW} - \Omega_{\Lambda W} \\ &= 1 - (\Omega_m - \Omega_\Lambda)\Big(1 + \frac{5\Omega_m}{3}\frac{\delta_b}{D}\Big) \neq 0\end{aligned}$$

2.2 EdS universe での例

バックグラウンドの宇宙が Einstein de Sitter universe($\Omega_m = 1$) である場合，separate universe 内の短波長ゆらぎ δ_s の線形成長が $\delta_s \propto D(t)[1 + \frac{13}{21}\delta_b]$ となることを具体的な計算で示す．ここで，δ_b が長

波長ゆらぎにあたる．まず，separate universe 内におけるゆらぎの線形発展方程式は

$$\ddot{\delta}_s + 2H_W\dot{\delta}_s - 4\pi G\bar{\rho}_W\delta_s = 0 \tag{15}$$

である．この式の H_W，$\bar{\rho}_W$ に前節の結果を代入し，δ_b の 1 次までとってくると，

$$\ddot{\delta}_s + 2H\dot{\delta}_s - 4\pi G\bar{\rho}\delta_s = \frac{2}{3}\dot{\delta}_b\dot{\delta}_s + 4\pi G\bar{\rho}\delta_b\delta_s \tag{16}$$

を得る．EdS universe では，$a(t) \propto t^{2/3}$ であるから，$H = \frac{4}{3t}$，$\delta_b \propto t^{2/3}(\propto D(t))$．これと，$\delta_s = \sum_n c_n\delta_b^n = \sum_n c_n t^{2n/3}$ を上式に代入すると，$c_0 = 0,\ c_2 = \frac{13}{21}c_1$ となるので，

$$\delta_s = c_1\delta_b\Big[1 + \frac{13}{21}\delta_b\Big] \propto D(t)\Big[1 + \frac{13}{21}\delta_b\Big] \tag{17}$$

が示される．このように，長波長ゆらぎの存在は，separate universe 内の短波長ゆらぎの成長を変化させる．

3 Discussion

一般に，長波長ゆらぎのつくる重力ポテンシャルを separate universe の領域（長さ L）で以下のように展開したとき，

$$\begin{aligned}
\Phi_L(\vec{x}) &\simeq \bar{\Phi}_L + \nabla_i\Phi_L(\vec{x})L^i + \frac{1}{2}\nabla_i\nabla_j\Phi_L(\vec{x})L^iL^j \\
&= \bar{\Phi}_L + \nabla_i\Phi_L(\vec{x})L^i \\
&\quad + \frac{1}{2}\nabla_i\nabla_j\frac{1}{3}\delta_{ij}\Phi_L(\vec{x})L^iL^j \\
&\quad + \frac{1}{2}\nabla_i\nabla_j(1 - \frac{1}{3}\delta_{ij})\Phi_L(\vec{x})L^iL^j \\
&= \bar{\Phi}_L + \nabla_i\Phi_L(\vec{x})L^i \\
&\quad + \frac{1}{6}\Delta\Phi_L(\vec{x})L^2 + \frac{1}{2}\tau_{ij}L^iL^j
\end{aligned}$$

となる．第 1 項と第 2 項は重力の性質から，separate universe には影響を与えない．最後の式の第三項が等方的な効果を現す項であるが，この項に Poisson 方程式 $\Delta\Phi_L(\vec{x}) = 4\pi G\bar{\rho}\delta_b$ を用いることで，長波長ゆらぎからくる等方的な効果を separate universe 内の平均密度に繰り込むことができた．つまり，ここまでで考えてきた長波長ゆらぎの separate universe への影響は等方的な効果のみであった．しかし，非等方的な効果を現す上式第 4 項については，第 3 項と同じオーダーであるにも関わらず，separate universe の進化を考える際に考慮されていない．“separate universe” という手法に対して，一般相対論的に厳密な扱いを提案した [L. Dai et al. (2015)] では，この非等方的効果も，separate universe 内の速度場の進化に影響を与えるものとして取り入れられているが，それは等方的な効果のように separate universe の宇宙論パラメータを変更することによってではなく，新たにポテンシャルとして外場を用意することによって取り入れられている．しかし，これでは非線形成長の計算に使われる N 体シミュレーションにこの非等方的な効果を取り入れることはできず，応用上現実的ではない．そこで，発表者は今後この長波長ゆらぎによる非等方効果を separate universe の宇宙論パラメータを変更することによって取り入れることができないか検討する予定である．

4 Summary

重力の非線形性のために長波長ゆらぎと短波長ゆらぎがモードカップリングを起こすことを利用し，重力レンズや銀河クラスタリング解析から短波長スケールのモードを観測することで，間接的に長波長モードのゆらぎを復元する新たな手法として“separate universe”は有望であるが，特にその非等方効果の扱いに関しては今後更なる検討を要する．

5 Acknowledgement

基礎物理学研究所 (研究会番号：YITP-W-15-04) 及び国立天文台からのご支援に感謝いたします。

Reference

Y. Li, W. Hu, & M. Takada, Phys. Rev. D **89**, 083519 (2014).

C. Wagner, F. Schmidt, C.-T. Chiang, & E. Komatsu, Mon. Not. R Astron. Soc. **000**, 1-5 (2014).

L. Dai, E. Pajer, & F. Schmidt, “On Separate Universes ” [arXiv:1504.00351 [astro-ph.CO]].