

インフレーション模型における初期揺らぎと再加熱の制限

植野 良紀 (広島大学 宇宙物理学研究室)

Abstract

宇宙のインフレーションはビッグバン宇宙の初期条件を説明する物理機構を備えているが、模型の精密な検証が現在進められている。この研究では、インフラトンの量子揺らぎにより誘起される曲率揺らぎと、テンソルモード γ_{ij} の 2 次作用から始める。そしてこれらの量子揺らぎから生成される初期スペクトルのスペクトル指数 n_s とテンソル・スカラー比 r の表式を得る。この 2 つの物理量は、インフラトンのポテンシャルを特徴づける slow-roll パラメータで記述される。本研究ではインフラトンのポテンシャルとして、(1)Power law model と (2) α -attractor model を想定し、具体的に n_s と r を評価し、さらに Planck 観測 [Planck Collaboration 2015] との比較から、インフレーション期に制限を与える。次に再加熱期について議論していく。最初にインフレーション期から現在までを 4 つの時代に分割; インフレーション期、再加熱期、放射優勢期、物質優勢期。そこで各時代の e-folds number N と再加熱期の状態方程式パラメータ ω_{re} を定義する。そして再加熱期の持続期間 N_{re} と温度 T_{re} を 2 つのインフレーション模型に対して導出し、 n_s に対してプロットすることで再加熱期に制限が与えられることを示す。

1 Introduction

ビッグバン宇宙の初期条件を説明する宇宙模型として、インフレーション期の存在が有力な仮説となっている。この時代は、未だ解明されていないため、現在様々な検証のための研究が行われている。インフレーション期を議論するため、スカラー場優勢宇宙を想定すると、スカラー場の持つポテンシャルによってインフレーションが実現可能となる。このスカラー場はインフラトンと呼ばれる。インフレーションを引き起こす機構には、様々なものが提唱されているが、本研究では最も簡単な「単一場のスローロールインフレーション」を考える。このモデルの機構を図 1 に示す。インフラトンの値が $10M_{pl}$ 程度でインフレーションが開始し、ほとんど平坦なポテンシャル中をゆっくりと転がり落ちることで、準ドジッター膨張が実現する。そして M_{pl} スケールでインフレーションが終了し、インフラトンはポテンシャルの極小近傍で振動する。この時

代ではインフラトンが放射に崩壊し、宇宙を再加熱してフリードマン宇宙に移行される再加熱期となる。以降の議論では、2 種類のポテンシャル (1)power-law model [Liang Dai et al.,2014]、(2) α -attractor model [Kallosh et al.,2013] を考え、これらの時期に制限を与える。

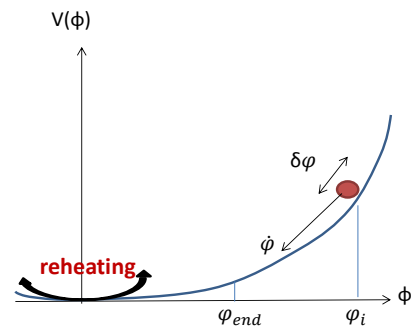


図 1: Chaotic Inflation の場合

2 曲率揺らぎと重力波

2.1 slow-roll パラメータの導入

背景場の運動は、フリードマン方程式と場の方程式によって記述される。

$$H^2 = \frac{1}{3M_{pl}^2} \left(\frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V \right) \quad (1)$$

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V_{,\phi} = 0 \quad (2)$$

このとき背景時空は平坦 RW 時空計量 $ds^2 = -dt^2 + a^2(t)dx^2$ で与えられる。ここで、インフラトンのポテンシャルの形状は次の slow-roll パラメータで特徴づけられる。

$$\epsilon = \frac{M_{pl}^2}{2} \left(\frac{V_{,\phi}}{V} \right)^2, \eta = M_{pl}^2 \left| \frac{V_{,\phi\phi}}{V} \right| \quad (3)$$

2.2 インフラトンの量子揺らぎによる背景場の 1 次摂動

インフラトンの量子揺らぎから誘起される計量摂動である曲率揺らぎと重力波を議論するため、重力場とスカラー場の作用から始める。

$$S = \frac{1}{2} \int \sqrt{-g} d^4x [M_{pl}^2 R^{(4)} - g^{\mu\nu} \nabla_\mu \phi \nabla_\nu \phi - 2V(\phi)] \quad (4)$$

ちなみに曲率揺らぎは Unitary ゲージ、テンソル揺らぎは TT ゲージの下で定義される。まず最初に、時空を 3+1 分解して、重力場の正準形式に移行する。そしてラプス関数とシフトベクトルの拘束条件摂動方程式を解くと次のような 2 次の作用を得る。[Juan Maldacena.2003.JHEP0365]

$$S_{\zeta(2)} = \frac{1}{2} \int dt d^3x \frac{\dot{\phi}^2}{H^2} a^3(t) [\dot{\zeta}^2 - \frac{1}{a^2(t)} (\partial\zeta)^2]$$

$$S_{\gamma(2)} = \frac{1}{64\pi G} \int a^3(t) [\gamma_{ij} \gamma_{ij} - \frac{1}{a^2(t)} \partial_l \gamma_{ij} \partial_l \gamma_{ij}]$$

次に ζ, γ_{ij} を正準量子化する。このとき、ドジッター時空の真空状態は Bunch Davies 真空で与

えられることにすると、それらのパワースペクトルとして次式を得る。

$$\mathcal{P}_\zeta(k) = \frac{1}{2k^3} \left(\frac{H^2}{\dot{\phi}} \right)_{k=aH}^2 \equiv A_s k^{n_s-4} \quad (5)$$

$$\mathcal{P}_\gamma(k) = \frac{H^2}{2k^3} \frac{8}{M_{pl}^2} \Big|_{k=aH} \quad (6)$$

A_s は初期スカラー振幅。この表式から、 n_s と r を計算していくと、次のように slow-roll パラメータで記述される。

$$n_s - 1 = -6\epsilon + 2\eta, \quad r \equiv \frac{\mathcal{P}_\gamma(k)}{\mathcal{P}_\zeta(k)} = 16\epsilon \quad (7)$$

3 再加熱期

3.1 宇宙膨張の歴史

インフレーション期から現在までの間、宇宙膨張の歴史を図 2 のように 4 つの時代に分ける。そして各時代の持続期間は e-fold s number N で表現され、次のように定義される。

$$e^{N_k} = \frac{a_{end}}{a_k}, \quad e^{N_{re}} = \frac{a_{re}}{a_{end}}, \quad e^{N_{RD}} = \frac{a_{eq}}{a_{re}}$$

ここで $a_k, a_{end}, a_{re}, a_{eq}$ はそれぞれインフレーション中、インフレーション終了、ビッグバン、物質と放射の equal time でのスケールファクターである。そしてインフレーション期の e-folds N_k は

$$N_k = \ln \frac{a_{end}}{a_k} \simeq -\frac{1}{M_{pl}^2} \int_{\phi_k}^{\phi_{end}} \left(\frac{V}{V_{,\phi}} \right) d\phi$$

ここでスローロール近似、 $H^2 \simeq \frac{V}{3M_{pl}^2}$ 、 $3H\dot{\phi} + V_{,\phi}(\phi) \simeq 0$ を用いた。

再加熱期の物理過程は必ずしも明らかになっていない。そこで、再加熱期の状態方程式 $P_{re} = \omega_{re}\rho_{re}$ 、再加熱期の e-folds N_{re} と温度 T_{re} でモデル化する。

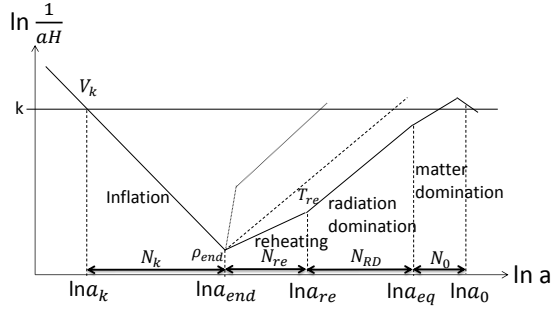


図 2: 初期宇宙から現在までの膨張の歴史

3.2 再加熱期の持続期間と温度の導出

宇宙膨張の歴史を議論すると、次の 5 つの方程式が導出される。

- (1) Total e-folds number と再加熱期の e-folds number 間に成立する式

$$\ln\left(\frac{k}{a_0 H_0}\right) = -N_k - N_{re} - N_{RD} + \ln\left(\frac{a_{eq} H_{eq}}{a_0 H_0}\right) + \ln\left(\frac{H_k}{H_{eq}}\right) \quad (8)$$

- (2) インフレーション終了時と再加熱終了時のエネルギーの関係

$$\frac{\rho_{re}}{\rho_{end}} = \exp[-3N_{re}(1 + \omega_{re})] \quad (9)$$

- (3) インフレーション終了時におけるエネルギーとポテンシャルの関係

$$\rho_{end} = \left(1 + \frac{\epsilon_0}{3}\right) V_{end} \quad (10)$$

- (4) ビッグバン宇宙と現在の宇宙の間に成立するエントロピー保存則

$$\frac{T_{re}}{T_0} = \left(\frac{43}{11g_{s,re}}\right)^{\frac{1}{3}} \frac{a_0 a_{eq}}{a_{eq} a_{re}} \quad (11)$$

- (5) 再加熱期における宇宙のエネルギー密度

$$\rho_{re} = \frac{\pi^2}{30} g_{re} T_{re}^4 \quad (12)$$

ここに ϵ_0 : インフレーション終了時の slow-roll パラメータ、 $\omega_{re} = Const$ である。

得られた方程式 (8),(9),(10),(11),(12) を組み合わせると

$$N_{re} = \frac{4}{1 - 3\omega_{re}} \left[-N_k - \ln\left(\frac{k}{a_0 T_0}\right) - \frac{1}{4} \ln\left(\frac{30}{\pi^2 g_{re}}\right) - \frac{1}{3} \ln\left(\frac{11g_{s,re}}{43}\right) - \frac{1}{4} \ln(V_{end}) - \frac{1}{4} \ln(1 + \lambda) + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{\pi^2 M_{pl}^2 r A_s}{2}\right) \right] \quad (13)$$

$$T_{re} = \exp\left[-\frac{3}{4}(1 + \omega_{re})N_{re}\right] \left(\frac{3}{10\pi^2}\right)^{\frac{1}{4}} (1 + \lambda)^{\frac{1}{4}} V_{end}^{\frac{1}{4}} \quad (14)$$

4 Power law model の場合

power law potential は次式で与えられる。

$$V(\phi) = \frac{1}{2} m_\phi^{4-\alpha} \phi^\alpha \quad (15)$$

ここに α : モデルパラメータ、 $m_\phi \ll M_{pl}$ である。このインフレーション模型に対して (13),(14) を評価すると $N_{re} = N_{re}(n_s), T_{re} = T_{re}(n_s)$ を得る。そこで (n_s v.s. N_{re}) と (n_s v.s. T_{re}) をプロットする。

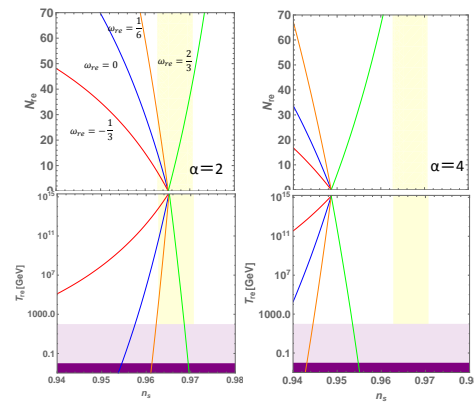


図 3: $n_s = 0.9667 \pm 0.0040$ [Planck Collaboration.2015] による再加熱期の制限

すると明らかに $\alpha = 4$ モデルは、棄却される。 $\alpha = 2$ モデルの場合、標準的な再加熱モデルに対して $0 \lesssim N_{re} \lesssim 15$, $10^{10} \lesssim T_{re} \lesssim 10^{15}$ GeV に制限される。

5 α -attractor model の場合

α -attractor potential は次式で与えられる。

$$V(\phi) = \Lambda^4 \left(1 - \exp\left[-\frac{\sqrt{2}\phi}{\sqrt{3\beta}M_{pl}}\right] \right)^2, \quad \beta > 0 \quad (16)$$

ここに β は α -attractor モデルパラメータ。そして $\Lambda \sim 10^{15}$ GeV でインフレーション期のエネルギースケールを与える。この値は、再加熱期の最大温度にほぼ一致している。同様に $(n_s \text{ v.s. } N_{re})$ と $(n_s \text{ v.s. } T_{re})$ をプロットすると、図 4 のようになる。

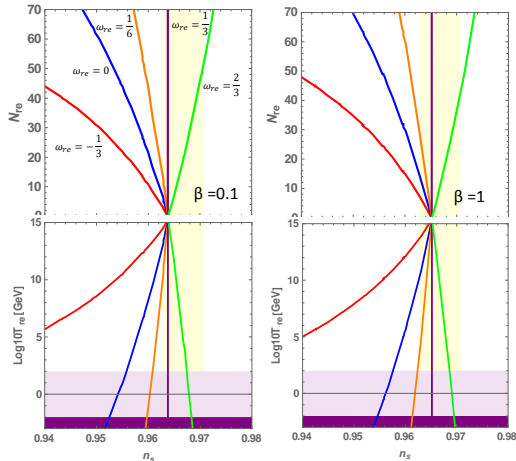


図 4: $n_s = 0.9667 \pm 0.0040$ [Planck Collaboration.2015] による再加熱期の制限

$\beta = 0.1$ モデルの場合、標準的な再加熱モデルに対して $0 \lesssim N_{re} \lesssim 6$, $10^{13} \lesssim T_{re} \lesssim 10^{15}$ GeV に制限される。同様に、 $\beta = 1$ モデルの場合、標準的な再加熱モデルに対して $0 \lesssim N_{re} \lesssim 15$, $10^{10} \lesssim T_{re} \lesssim 10^{15}$ GeV に制限される。また

β の値が増大するほど、許される再加熱期の制限は弱くなることが判明した。ちなみに $\beta = 1$ の結果は、先行研究 Starobinsky model [J.L.Cook et al.2015] の結果と概ね一致していることが確認できた。

6 Conclusion

まず、インフレーション期の量子揺らぎから生じる曲率揺らぎとテンソル揺らぎを計算した。そして、宇宙の断熱膨張によるエントロピー保存則などの宇宙膨張の歴史を議論することで、再加熱期の持続期間とビッグバン温度を導出した。そして、Power law model に対して具体的に計算し、 $(n_s \text{ v.s. } N_{re})$ と $(n_s \text{ v.s. } T_{re})$ を各 α 、各再加熱期の ω に対してプロットした。すると、明らかに ϕ^4 ポテンシャルが棄却されることが分かった。また、再加熱期の最大温度は約 10^{15} GeV であることが判明した。本集録では載せていないが $(n_s \text{ v.s. } r)$ をプロットすると、Power law に対しては ϕ^4, ϕ^2 が disfavored される。一方で α -attractor は favored という結果が得られた。これらの結果は、いずれも先行研究 [Planck Collaboration.2015] の結果と一致している。

Acknowledgement

基礎物理学研究所 (研究会番号: YITP-W-15-04) 及び国立天文台からのご支援に感謝いたします。

Reference

- Liang Dai et al.2014.Phys. Rev. Lett. 113,041302
- Planck Collaboration XX, arXiv:1502.02114
- Juan Maldacena. (2003).JHEP0305 013
- Kalosh et al.,2013.Phys. Rev. Lett. 114,141302
- J.L.Cook et al.,2015,arXiv:1502.04673