

# Gravitational Baryogenesis after Anisotropic Inflation

福島 光博 (早稲田大学大学院 先進理工学研究科)

## Abstract

数多くの baryogenesis モデルの中でも重力的な相互作用を介した Gravitational Baryogenesis (GBG) は、宇宙膨張による実効的な CPT 対称性の破れを用いて熱平衡下で baryon 数生成が実現できるという魅力的な特徴がある一方で、標準宇宙史と合致しないという大きな問題を抱えている。しかしこの問題点は、背景時空を一様等方宇宙から一般化することで回避できる可能性がある。ここでは一般化の一例として背景時空が平坦で非等方的である Bianchi Type I の宇宙を仮定し、GBG へ与える変更点を議論する。十分量の非等方性がある場合には上記の問題点は解消され得るが、非等方宇宙が実現されるモデルを具体的に与えて解析した結果、現実的に期待される非等方性では優位な変更が生じないことが示された。

## 1 Introduction

観測によって支持されている現在の baryon 優勢宇宙の実現を説明するには、初期宇宙において物質と反物質の対称性を破り  $Y_B \simeq \mathcal{O}(10^{-10})$  程度の正味の baryon 量が生成されなければならない。この baryogenesis 機構は少なくとも標準模型を超えた素粒子理論が必要であることがわかっているが、実験や観測による決定的な制限を課すことができないため、未だに決着がついていない。その中でも私は重力的な相互作用を介した Gravitational Baryogenesis (H.Davoudiasl et al. 2004) と呼ばれるモデルに注目して検証を行っている。GBG は膨張宇宙における実効的な CPT 対称性の破れを考慮することで、従来のモデルでは実現できなかった熱平衡下での baryon 数生成という新たな可能性を提案した利点がある。しかし本モデルは、標準的宇宙熱史と合致しないという大きな問題を抱えている。具体的には、圧力とエネルギー密度の比  $w$  が  $w > 1/3$  となるような特殊な物質で宇宙が満たされている場合のみでしか、再加熱温度の理論的制限を回避して十分な baryon 量を得ることができないことがわかる。しかしこの問題は、背景時空を一様等方宇宙から一般化することで回避できる可能性があることがわかった。

実際に一様等方宇宙からの拡張として、背景時空が平坦で非等方的である Bianchi Type I の宇宙を仮定した場合における GBG の変更点が議論されている (Kh.Saaidi & H.Hossienkhani 2011)。しかし、こ

の先行研究では非等方性の起源やその大きさは言及されていないし、非等方効果が GBG に及ぼす影響も具体的に評価されていない。そこで我々は非等方性の起源を与える具体的なモデルとして非等方インフレーション (M.Watanabe et al. 2009) を考え、実現され得る非等方性の大きさを解析した。また得られる baryon 生成量を一様等方宇宙の場合と比較することで、非等方宇宙による GBG 修正モデルの妥当性を議論した。

## 2 Gravitational Baryogenesis

GBG は超重力理論から示唆される

$$S_{\text{int}} = \frac{1}{M_*^2} \int d^4x \sqrt{-g} (\partial_\mu R) J^\mu \quad (1)$$

のような Ricci スカラーとカレントとの相互作用を介して baryon 数を作るモデルである<sup>1</sup>。この CP odd の相互作用は物質と反物質の間にエネルギー差を生じさせるため、熱平衡下の粒子の分布関数に化学ポテンシャルとして違いが現れる。したがって得られる正味の baryon 量は、エントロピー密度との比として

$$Y_B \equiv \frac{n_B}{s} \approx - \left. \frac{\dot{R}}{M_*^2 T} \right|_{T_D} \quad (2)$$

となり、baryon 数破れの反応が脱結合する温度  $T_D$  での値として記述できる。

<sup>1</sup>  $M_*$  はこの相互作用のカットオフ質量スケールであり Planck スケールが自然である。

背景時空が一様等方な場合、FLRW 計量を用いて Einstein 方程式を書き下すことで

$$\dot{R} = -\sqrt{3}(1+w)(1-3w)\frac{\rho^{3/2}}{M_p^3} \quad (3)$$

とできる。ただし  $w$  は状態方程式パラメータであり、圧力とエネルギー密度  $\rho$  の比で定義される。再加熱期 ( $w \simeq 0$ ) に baryon 数破れの反応の脱結合が生じた場合に得られる baryon 量は、再加熱温度  $T_{RD}$  を用いて

$$Y_B \approx \frac{T_D^6}{M_*^2 M_p^3 T_{RD}} \quad (4)$$

となる<sup>2</sup>。また輻射優勢期 ( $w \simeq 1/3$ ) に脱結合が生じた場合は

$$Y_B \approx (1-3w)\frac{T_D^5}{M_*^2 M_p^3} \quad (5)$$

となる<sup>3</sup>。観測からわかっている  $Y_B \simeq \mathcal{O}(10^{-10})$  を説明し、かつ gravitino 問題から得られる再加熱温度の上限を満足する場合を考えるならば、脱結合時期の場合分けに関わらずカットオフスケール  $M_*$  を Planck スケールよりも遥かに小さく設定しなければならず不自然である<sup>4</sup>。

### 3 Anisotropic Inflation

一様等方宇宙からの拡張として、背景時空が非等方化された場合における GBG を考える。非等方時空が実現されるモデルの一例として、ここでは非等方インフレーションを考える。このモデルはインフレーションを引き起こすスカラー場である inflaton 場と非等方性の種となるベクトル場との相互作用を考えたモデルであり、その作用は

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ \frac{M_p^2}{2} R - \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi) - V(\phi) - \frac{1}{4} f(\phi)^2 F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \right] \quad (6)$$

で与えられる。

<sup>2</sup>再加熱期にはエントロピー生成も継続的に起こるため  $Y_B$  は  $(T_D/T_{RD})^5$  だけ薄められる。

<sup>3</sup>trace anomaly の効果を考えると輻射の  $w$  は  $1-3w \simeq 10^{-1}-10^{-2}$  程度の値が期待される。

<sup>4</sup> $w > 1/3$  の奇妙な物質優勢期を考えるならば、上記の問題を回避しつつ十分な baryon 量の生成可能性が評価されている。

ここでの  $f(\phi)$  が相互作用の結合関数となっており

$$f(\phi) = \exp \left[ \frac{2c}{M_p^2} \int \frac{V}{V_\phi} d\phi \right] \quad (7)$$

のような形をとる場合、 $c > 1$  のとき非等方インフレーションが安定解として実現されることが分かっている。パラメータ  $c$  は inflaton 場とベクトル場との相互作用の強さを表すことに注意する。

一様ベクトル場を  $A_\mu dx^\mu = v(t)dx$  のようにとると  $y$ - $z$  平面における回転対称性が存在するので

$$ds^2 = -dt^2 + e^{2\alpha} [e^{-4\sigma} dx^2 + e^{2\sigma} (dy^2 + dz^2)] \quad (8)$$

のような軸対称 Bianchi Type I の計量を背景時空の ansatz として選択することが自然である。ここで  $\dot{\alpha} = H$  が平均化された Hubble パラメータを表し、 $\dot{\sigma} = \Sigma$  が非等方性の大きさを記述する shear パラメータとなっている。

以下では一例として inflaton のポテンシャルが  $V(\phi) = \frac{1}{2}m^2\phi^2$  である場合について考える。これらを用いて基礎方程式を導出すると

$$\dot{H} = -3\Sigma^2 - \frac{1}{2M_p^2}(1+w)\rho_m \quad (9)$$

$$\dot{\Sigma} = -3H\Sigma + \frac{1}{M_p^2}\Delta p_v \quad (10)$$

$$\dot{\rho}_\phi + 3H(\rho_\phi + p_\phi) = -\Gamma_v \rho_v \quad (11)$$

$$\dot{\rho}_v + 3H\rho_v + \sum_i H_i p_v^i = \Gamma_v \rho_v \quad (12)$$

となる<sup>5</sup>。ただし  $\rho_m = \rho_\phi + \rho_v$  は全物質場のエネルギー密度であり、ベクトル場のエネルギー密度は

$$\rho_v = \frac{\dot{v}^2}{2} e^{-2\alpha+4\sigma+c\phi^2/M_p^2} \quad (13)$$

で与えられる。ベクトル場の圧力は  $p_v^x = -\rho_v$ ,  $p_v^y = p_v^z = \rho_v$  のように非等方化されており、ベクトル場の非等方圧力  $\Delta p_v \equiv p_v^y - \bar{p}_v$  が shear の成長を促す効果を与える。また  $\Gamma_v \equiv \frac{2c}{M_p^2} \phi \dot{\phi}$  は inflaton とベクトル場間でのエネルギー転換率を表す。

非等方性の大きさの指標は  $\Sigma/H$  で与えられ、この値が 1 に近づくほど非等方効果は大きい<sup>6</sup>。非等方イ

<sup>5</sup> $H_x = H - 2\Sigma$ ,  $H_y = H_z = H + \Sigma$  は各方向の Hubble パラメータである。

<sup>6</sup>Friedman 方程式  $H^2 = \Sigma^2 + \frac{1}{3M_p^2}\rho_m$  を参照。

インフレーション中における  $\Sigma/H$  の停留値は slow-roll 近似の下で  $\frac{1}{3}\frac{c-1}{c}\epsilon_H$  となることが知られており、インフレーション中では slow-roll パラメータ程度の大きさを示さない。しかしこの値はインフレーション終了時に増大することが数値計算から確かめられる。

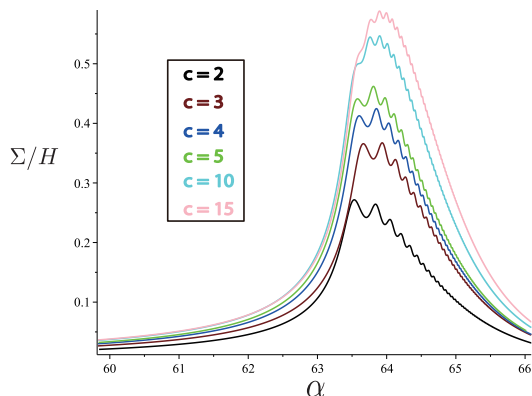


図 1: インフレーション終了時の  $\Sigma/H$

適当な初期条件のもとでインフレーション終了時における  $\Sigma/H$  の値を求めると、上の図 1 のような結果が得られる。パラメータ  $c$  が大きくなるほど、インフレーション終了時に大きな非等方効果を期待できることがわかる。特に  $c = \mathcal{O}(10)$  では、インフレーション終了時におけるベクトル場  $\rho_v$  や shear  $M_p^2 \Sigma^2$  は inflaton のエネルギー密度  $\rho_\phi$  と同程度になる。

## 4 GBG with shear effect

非等方インフレーションによって生み出された shear やその種となったベクトル場が GBG に与える影響を解析した。前節の基礎方程式を用いることで、軸対称 Bianchi Type I 背景時空における Ricci スカラーの微分項が計算でき

$$\dot{R} = -\frac{\sqrt{3}}{M_p^3}(1+w)(1-3w)\rho_m\sqrt{\rho_m+3M_p^2\Sigma^2} - \frac{6}{M_p^2}(1-3w)\Delta p_v\Sigma - \frac{3}{M_p^2}\rho_m\dot{w} \quad (14)$$

となる。第 1 項は背景時空の非等方化によって一様等方背景時空の式 (3) から shear やベクトル場の効果が加わっており、更に第 2 項はベクトル場による shear の成長効果を反映した項、第 3 項は支配的物質が変動する場合に現れる項である。

以下では baryon 数破れの反応が再加熱期中または放射優勢期中に起こった場合の二者を考え、それぞれで期待される生成 baryon 量をまとめる。

### 4.1 再加熱期

再加熱期では inflaton から放射へ反応率  $\Gamma_\phi$  でエネルギー転換が起こり放射が生成される。非等方効果を引き起こしたベクトル場は放射の生成に関わらないと仮定すると、各物質場間の関係式は

$$\dot{\rho}_v + (4H + 4\Sigma)\rho_v = \Gamma_v\rho_v \quad (15)$$

$$\dot{\rho}_\phi + 3H\rho_\phi = -\Gamma_v\rho_v - \Gamma_\phi\rho_\phi \quad (16)$$

$$\dot{\rho}_r + (4 - 3\varepsilon)H\rho_r = \Gamma_\phi\rho_\phi \quad (17)$$

となる。ただし  $\varepsilon$  は trace anomaly の効果を表し、また  $\Gamma_v$  は再加熱中では効かないため無視できる。

これらの関係式を用いると式 (14) は

$$\begin{aligned} \dot{R} = & -\frac{\sqrt{3}}{M_p^3}\rho_\phi\sqrt{\rho_m+3M_p^2\Sigma^2} - \frac{1}{M_p^2}\Gamma_\phi\rho_\phi \\ & + \varepsilon \left[ -\frac{4\sqrt{3}}{M_p^3}\rho_r\sqrt{\rho_m+3M_p^2\Sigma^2} + \frac{3}{M_p^2}\Gamma_\phi\rho_\phi \right] \\ & + \mathcal{O}(\varepsilon^2) \end{aligned} \quad (18)$$

と整理できる。一様等方宇宙の場合に関しても同様にして各物質間のエネルギー輸送を考慮した際の  $\dot{R}$  を計算できるが、その違いは根号の中の shear 効果及び全物質場  $\rho_m$  に対するベクトル場の付加のみであることがわかる。

一方、温度は放射のエネルギー密度  $\rho_r$  を用いて定義されることに注意すると、以上の結果と合わせて式 (2) から生成 baryon 量  $Y_{B,ai}$  が求められる。脱結合温度  $T_D$  に主眼を置き、一様等方背景宇宙で得られる  $Y_{B,i}$  の値と比較した結果が図 2 である。

### 4.2 放射優勢期

ベクトル場による成長効果は無視した場合 shear は  $\Sigma^2 \propto a^{-6}$  のように scale factor の 6 乗に比例して急速に薄められるため、他の物質場と比較して即座にその寄与はなくなる。したがって、放射優勢期中に非等方効果が現れるためには少なくとも再加熱過

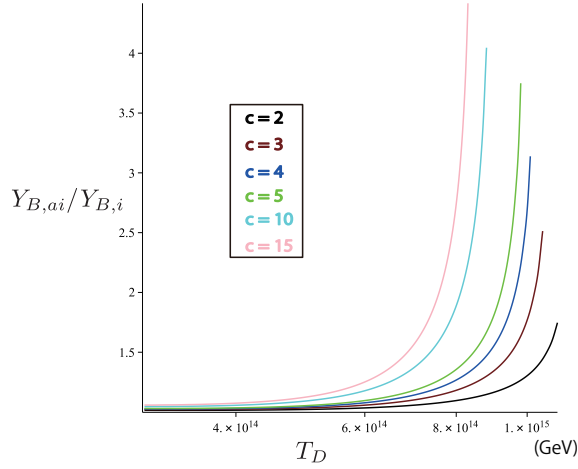


図 2: 再加熱期における生成 baryon 量の比較

程は瞬時に起こらなければならない。ここではそのような仮定の下で初期条件を与えて解析した。

輻射優勢期では既に inflaton と輻射間のエネルギー転換は終了しており、またベクトル場は輻射とのエネルギー交換に現れない。したがって輻射優勢期における各物質場の発展方程式は

$$\dot{\rho}_v + (4H + 4\Sigma)\rho_v = 0 \quad (19)$$

$$\dot{\rho}_r + (4 - 3\varepsilon)H\rho_r = 0 \quad (20)$$

となり、これを用いて  $\dot{R}$  を計算すると

$$\dot{R} = \varepsilon \left[ -\frac{4\sqrt{3}}{M_p^3} \rho_r \sqrt{\rho_m + 3M_p^2 \Sigma^2} \right] + \mathcal{O}(\varepsilon^2) \quad (21)$$

が得られる。ここでは省略するが、輻射優勢期に対する  $Y_{B,ai}/Y_{B,i}$  の比較結果も再加熱期の図 2 と近い振る舞いをし、非等方効果による生成 baryon 量のエンハンスはファクター程度の変動となる。

## 5 Discussion and Conclusion

まず始めに shear 効果の顕在期間に着目する。前述のように shear は他の物質場と比較して急速に減少するため、インフレーション由来の非等方効果が baryon 生成量に影響を与えるためにはインフレーション終了直後に baryon 数破れの反応の脱結合が生じなければならない。このことは再加熱温度が inflaton の初期エネルギー程度であることを暗示しており、gravitino 問題で要求される再加熱温度の制限と噛み合わない。

次に shear による生成 baryon 量のエンハンス効果を総括する。前節で再加熱期及び輻射優勢期の 2 種類の期間における非等方効果の影響を調べたが、両者共に生成 baryon 量のエンハンスはファクター程度であることがわかった。劇的なエンハンス効果は望めないため、本モデルで期待される程度の非等方効果では最初に述べられた GBG の問題点の解決は難しいことが分かった。

最後にパラメータ  $c$  に対する観測制限を述べておく。Planck 衛星による CMB の観測によると、原始ゆらぎのパワースペクトルの非等方性  $g_*$  に対する制限が付けられており

$$P(\mathbf{k}) = P_0(k) \left[ 1 + g_*(k) \left( \hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{E}}_{cl} \right)^2 \right] \quad (22)$$

$$g_* = 0.002 \pm 0.016 \quad (68\% \text{ C.L.}) \quad (23)$$

が知られている (J.Kim & E.Komatsu 2013)。一方、非等方インフレーションで期待されるゆらぎの非等方効果は、horizon exit からの e-folding 数  $N(k)$  を用いて

$$g_*(k) = 24 \frac{c-1}{c} N^2(k) \quad (24)$$

となる。したがって、inflaton とベクトル場の相互作用の強さを表すパラメータ  $c$  は観測制限から  $|c-1| \ll 1$  となり、十分な非等方性の生成は困難である。

以上から、非等方インフレーション由来の shear 生成を考えた場合、その非等方効果が GBG の問題点解決に優位に働くことは難しいと思われる。

## Acknowledgement

基礎物理学研究所 (研究会番号: YITP-W-15-04) 及び国立天文台からのご支援に感謝いたします。

## Reference

- H.Davoudiasl. and R.Kitano. and G.D.Kribs. and H.Murayama. and P.J.Steinhardt. 2004. Phys. Rev. Lett. **93**, 201301
- Kh.Saaidi. and H.Hossienkhani. 2011. Astrophys. Space Sci. **333**, 305
- M.Watanabe. and S.Kanno. and j.Soda. 2009. Phys. Rev. Lett. **102**, 191302
- J.Kim. and E.Komatsu. 2013. Phys. Rev. D **88**, 101301