

# cosmic string の kink による重力波の生成

松井 由佳 (名古屋大学大学院 理学研究科)

## Abstract

本発表では、宇宙に存在する cosmic string の kink から放出される重力波について詳しく説明する。(Kawasaki et al. 2010) のレビューとその問題点の指摘をし、これからすべき研究の提案をする。

宇宙初期の真空の相転移によって、位相欠陥の一種である cosmic string が生成され、1 次元のひも状の高エネルギー領域が宇宙空間を漂う。String が複数本存在する場合、string 同士は互いに衝突する時がある。その際、ある確率で組み換わり、kink と呼ばれる尖った構造を作る。この kink は消えることなく string 上を伝播していく。String には loop 状のものも存在し、その上に伝播する波の重ね合わせにより、突発的に極めて大きな振幅を持つ構造を作る場合がある。これを cusp と呼ぶ。

Kink や cusp は string に四重極の運動を与えるので重力波を放出するが、その放射のエネルギーは string の振動により生じる重力波のエネルギーよりも大きいことが知られている (Damour & Vilenkin 2001)。今回我々は infinite string 上の kink から放出される重力波に注目する。Kink から放出される重力波は、string や kink の分布を考慮することで背景重力波を形成する。(Kawasaki et al. 2010) では kink から放出される背景重力波のパワースペクトルを計算して、ultimate DECIGO や BBO Corr などの重力波の将来観測での観測可能性を示している。

## 1 Introduction

Big bang 宇宙論で示唆される宇宙初期の高温高密度状態の時代には様々な相転移が起きていたことが大統一理論から予言されている。相転移によって宇宙論的位相欠陥という特別な領域が残る可能性がある。中でも今回はひも状の位相欠陥である cosmic string について見ていく。

Cosmic string は 1 次元のひも状の高エネルギー領域であり、無限に長い infinite string と輪状の loop の二種類の形状がある。また、string の衝突によって生じる string 上の永続的な尖りを kink と呼び、loop 上に立つ波の重ね合わせによってパースト的にできる尖りを cusp と呼ぶ。Kink と cusp から重力波が放出されるが、今回は特に infinite string 上に存在する kink からの重力波を先行研究 (Kawasaki et al. 2010) に従って見ていく。

## 2 method

### 2.1 cosmic string

相転移によって生じる cosmic string は 1 次元のひも状の高エネルギー領域である。

3 次元空間では 1 次元の string は、4 次元空間では 2 次元平面であり、その平面を world sheet と呼ぶ。String の座標を  $x^\mu = x^\mu(\zeta)$  として physical time  $\zeta^0 = t$ , string に沿った座標を  $\zeta^1 = \sigma$  とすると string の作用は

$$S[x^\mu] = -\mu \int d^2\zeta \sqrt{-\det(\gamma_{ab})} \quad (1)$$

となる。ただし  $\mu$  は string の単位長さあたりの質量であり、 $\gamma_{ab} = \frac{\partial x^\mu}{\partial \zeta^a} \frac{\partial x^\nu}{\partial \zeta^b} g_{\mu\nu}$  は背景時空の metric  $g_{\mu\nu}$  の world sheet 上の metric である。

Minkowski 時空上では string の運動方程式は

$$\ddot{x} - x'' = 0 \quad (2)$$

を満たす。ここでドットは  $t$  で微分、プライムは  $\sigma$  で微分という意味である。式 (2) の解は

$$x = \frac{1}{2}(a(u) + b(v)) \quad (3)$$

と書ける。ここで  $u = \sigma - t, v = \sigma + t$  とした。 $a(u), b(v)$  はそれぞれ left moving mode, right moving mode という。

また、FLRW 時空での string の座標を conformal time  $\zeta^0 = \tau$ , string に沿った座標を  $\zeta^1 = \sigma$  とすると、string の運動方程式は

$$\ddot{x} + 2\frac{\dot{a}}{a}\dot{x}(1 - \dot{x}^2) = \frac{1}{\epsilon} \left( \frac{x'}{\epsilon} \right)' \quad (4)$$

と書ける。ただし、 $\epsilon \equiv \sqrt{\frac{x'^2}{1 - \dot{x}^2}}$  であり、ここでドットは  $\tau$  微分である。Minkowski 時空の left moving mode, right moving mode に準ずるものを  $p_+(\tau, \sigma), p_-(\tau, \sigma)$  をとし、

$$p_{\pm} \equiv \dot{x} \mp \frac{1}{\epsilon} x' \quad (5)$$

と定義する。

## 2.2 kinks on infinite strings

String 同士の衝突により組み替わる。その際、不連続な kink と呼ばれる尖りが生成する。kink の尖り具合を sharpness  $\psi$  で表すこととする。Sharpness を  $p_{\pm, 1 \text{ or } 2}$  で表すと、

$$\psi \equiv \frac{1}{2}(1 - p_{\pm, 1} \cdot p_{\pm, 2}) \quad (6)$$

と定義する。ただし不連続点は  $\tau = \tau_*, \sigma = \sigma_*$  であり、 $p_{\pm, 1 \text{ or } 2} \equiv \lim_{\substack{\tau \rightarrow \tau_* \pm 0 \\ \sigma \rightarrow \sigma_* \pm 0}} p_{\pm}(\tau, \sigma)$  である。  $0 \leq \psi \leq 1$  であり、 $\psi$  が大きいほど尖っている。

Kink は string 上に多数存在していて、sharpness  $\psi$  ごとの体積  $V$  中の kink の数の発展方程式は

$$\frac{\partial N}{\partial t}(\psi, t) = \frac{\bar{\Delta} V}{\gamma^4 t^4} g(\psi) + \frac{2\zeta}{t} \frac{\partial}{\partial \psi} (\psi N(\psi, t)) - \frac{\eta}{\gamma t} N(\psi, t) \quad (7)$$

である。第 1 項は時刻  $t$  にて  $\psi$  という尖りを持つ kink の数、第 2 項は宇宙膨張による kink の鈍化の項、第 3 項は loop に奪われた kink の数を表す。 $\bar{\Delta}, \gamma, \eta, \zeta$  は定数であり、 $g(\psi)$  は kink の sharpness の分布である。式 (7) を解くことで、infinite string 上の kink の数が求められる。

Inflation 終了時に string が生成したとする。この時、ポテンシャルの形が調和振動子型となっている

と、matter dominant であるように振る舞う。この時代を first matter dominant era と呼ぶこととする。各時代ごとにどれくらい尖った kink がいくつ存在するのかという kink の分布関数は図 1 のようにかける。

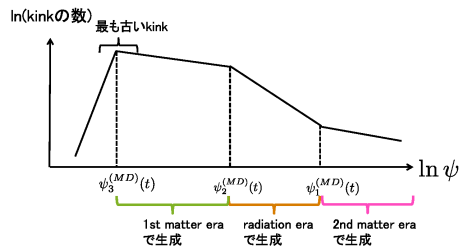


図 1: kink の分布関数

Sharpness が大きいものは新しくできた kink であり、数が少ない。Sharpness が小さいものは古い時代に生成された kink であり、宇宙膨張で鈍った kink が horizon に入ってくるため数が多い。

## 2.3 gravitational waves from kinks

infinite string 上の kink によって四重極の運動となり、kink から重力波が放出される。その power spectrum は kink が一つの時、

$$\left. \frac{dP}{d\omega} \right|_{\text{one kink}} \sim G\mu^2 \psi \omega^{-\frac{5}{3}} L^{-\frac{2}{3}} \quad (8)$$

と書ける。ここで  $L$  は infinite string の曲率半径であり、horizon ほどである。

Kink が複数並んでいる時、kink が並んでいる間隔と同等の波長の背景重力波が放出される。式 (7) を解いて kink の数を求め、式 (8) で表す one kink から重力波の power spectrum と掛けることで背景重力波の power spectrum が得られる。これを背景重力波の各振動数ごとの臨界密度比である背景重力波の密度パラメータ  $\Omega_{\text{gw}}$  で表すと図 2 のようにかける。

古い時代の kink の間隔は狭いため振動数が高い領域に、新しい時代の kink は宇宙膨張によって kink の間隔が広いために振動数の低い領域に対応する。

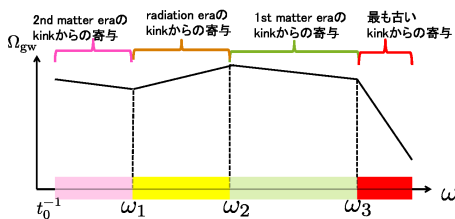


図 2: 背景重力波の密度パラメータ

### 3 Results

近い将来観測が期待されている重力波観測実験の感度曲線と共に重力波の密度パラメータを示すと図 3 のようになる。ただし、string は first matter dominant era で生成したとし、string 生成時の温度を  $T_* \sim 10^{12} \text{GeV}$  とした。

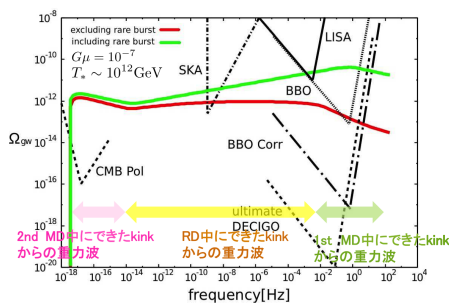


図 3: 重力波観測実験の感度曲線と背景重力波の密度パラメータ (Kawasaki et al. 2010)。赤線が背景重力波を表しており、折れ線で観測可能領域を示している。

背景重力波は一つ一つの重力波として区別できないほどにたくさんの重力波が重なったものであり、rare burst とは、一つ一つの重力波が区別できるものである。今回背景重力波を見るので、rare burst のない図 3 の赤線を見るとこの場合、first matter dominant era と radiation era の間の reheating 時の折れ曲がり ultimate DECIGO や BBO Corr で観測可能であると示唆されている。ただし、loop に生じる cusp からの重力波が強いため、観測できない可能性もある (Damour & Vilenkin 2001)。Infinite string 上の kink から放出される重力波の特徴としては、horizon スケールの重力波が放出されることである。これは cusp からの重力波では存在しない振動数なので、こ

のスケールでは観測が期待できる。

### 4 Discussion

背景重力波の power spectrum を求めたが、その際の kink の数の導出で考慮されていない点がある。

一つ目は「string の組み換え確率」である。今回、string が衝突したら必ず組み換わるとした。しかし実際は必ずしも組み換わる訳ではない。二つ目は「Y-junction の存在による kink の数の変化」である。超弦理論から生じる string は、3 本の string が 1 点で結合した Y-junction というものがある。ここに kink が侵入すると kink の数が増え、sharpness が変化すると考えられている。

また、背景重力波の密度パラメータの表式から、背景重力波は現在 string から放出された重力波の寄与が最も大きいことが分かっている。String は horizon の中で数本なので、非等方にこの背景重力波が観測されることになる。よってその非等方性も見積もっていくべきである。

### 5 Summary & Conclusion

今回、infinite string 上の kink から放出される背景重力波の power spectrum を見積もった。そこでは、infinite string 上の kink から放出される背景重力波は horizon スケールでは観測可能性が示唆された。しかし、kink の数が正確に見積もられていないことを Discussion で述べた。そこで指摘した問題点を元に、今後、正確な背景重力波の power spectrum の見積もりを行おうと考えている。

### Acknowledgement

指導していただきましたスタッフ方、先輩方に感謝いたします。基礎物理学研究所 (研究会番号: YITP-W-15-04) 及び国立天文台からのご支援に感謝いたします。

## Reference

Kawasaki, Miyamoto, & Nakayama 2010,  
arXiv:1002.0652v2 "Gravitational waves from  
kinks on infinite cosmic strings"

Damour, & Vilenkin 2001, arXiv:gr-qc/0104026v1  
"Gravitational wave bursts from cusps and kinks on  
cosmic strings"