

## 銀河系内超新星爆発候補天体からの重力波信号について

福田 隼大 (大阪大学大学院 理学研究科)

### Abstract

銀河系内の超新星爆発候補天体について超新星爆発を起こした場合に発生する重力波信号が、KAGRA, advanced LIGO(aLIGO), advanced Virgo(aVirgo) といった地上レーザー干渉計検出器によって、どのような強度で検出されるかについて調べた。強度の計算ではシグナルノイズ比 (S/N 比) を計算した。S/N 比の計算には、Matched filter に加えて、より観測に近い値での評価ができる excess power method を用いた。それぞれの超新星からの S/N 比は時間と検出器の位置と検出器のノイズとそれぞれの星の位置に依存する。候補天体としては、銀河系内の赤色巨星や、ウォルフライエ星を対象とした。それぞれの星の強度の時間平均を計算すると、数 kpc の星で 10 のオーダーとなった。また、Betelgeuse について S/N 比の 1 日の変化を見ると、aLIGO の方が KAGRA より時間平均では感度が良いが、時間変化では KAGRA の方が感度が良い時間があった。

## 1 導入

アインシュタインの一般相対性理論によると、質量をもった物質が存在すると、それだけで時空にゆがみができる。その物質が運動すると、時空のゆがみは光速で伝搬する。これが重力波である。また、重力波の偏極 (自由度) は 2 つであり、それらは進行方向に垂直な空間的固有距離の 4 重極的变化を誘起する。これら 2 つの偏極がある面に垂直な方向から重力波が来た場合に面上で縦横に伸縮するプラスモード  $h_+(t)$  と、斜め 45 度方向に伸縮するクロスモード  $h_\times(t)$  と呼ぶ。重力波がくると、かすかに時空が伸縮する。この微弱な重力波を検出するものとして、レーザー干渉計がある。レーザー干渉計型の検出器では、鏡を 2 枚置き、その間の長さをレーザーを使って測定する。測定では、直交する 2 つの光路の先に鏡を置き、ビームスプリッターでレーザー光を 2 つに分け、再び重ね、その 2 つの光の明るさの変化を測定する。この検出器の感度の差は関数  $h$  として書ける。その  $h$  は次のように、2 つの干渉計の腕の相対論的な長さの変化で引き起こされる波の違いとして定義される。

$$h(t) = F_+(t)h_+(t) + F_\times(t)h_\times(t) \quad (1)$$

ここで、 $F_+(t), F_\times(t)$  はビームパターン関数と呼ばれる。このビームパターン関数は検出器と重力波波源

の位置に依存した関数で、レーザー干渉計の指向性を含むことになる。ビームパターン関数は検出器に対して、鉛直方向にある星について値が最も大きくなる。つまり、検出器に対して垂直な方向にある星からの重力波の感度がよいということである。(中村卓史 1998)

本研究ではこの重力波信号の源として銀河系内の超新星爆発を考え、地上レーザー干渉計検出器によって、重力波信号がどのような強度で検出されるかについて調べた。

## 2 計算対象

### 2.1 候補天体について

重力波が観測できる可能性のある現象として、超新星爆発を考える。超新星爆発とは、星の進化の過程の最後にあたる現象である。星は主系列星から、赤色巨星あるいはウォルフライエ星へと進化する。その後、太陽質量の 8 倍以上の恒星の場合は中心で核融合反応が進み、鉄のコアができるまで進化する。これ以上は核反応が起こらず、収縮が進んで高温になる。すると、鉄がヘリウムと中性子に分解する。この反応が吸熱反応であるため、圧力が下がり、さらに収縮が進む。コアの重力が一層強くなり、

加速度的につぶれていく。これを重力崩壊という。重力崩壊にある星の中心核では、徐々に密度が高くなっていき、原子核の密度と同程度の高密度になる。すると、コアの物質は中性子化し、核力による反発力によって収縮は止まる。収縮の止まったコアにその外側にある物質が自由落下してきてコアにぶつかり跳ね返される。これをバウンスという。この際、莫大な重力エネルギーが解放される。解放された重力エネルギーの大部分はニュートリノの形で外層に伝えられる。このニュートリノの一部が外層で吸収され、そのエネルギーにより星の外層は吹き飛ばされる。これが超新星爆発であると考えられている。(尾崎洋二 1996) 超新星爆発の重力崩壊の時の重力波を観測するため、重力崩壊する前の星である赤色巨星と、ウォルフライエ星を候補天体として考える。候補天体の星のリストは国立天文台の田中雅臣さんから提供していただいたものを用いる。ただし、このリストは 10(kpc) 以上の星については観測されている全ての星を網羅しているわけではない。

## 2.2 検出器について

計算で考えたレーザー干渉計としては、aLIGO Livingston(aLIGO(L)), aLIGO Hanford(aLIGO(H)), aVirgo,KAGRA,LIGO India(aLIGO(I)) の 5 つの検出器を用いた。その用いた検出器のノイズパワースペクトラム密度 ( $S_n(f)$ ) を図示する。縦軸をノイズパワースペクトラム密度  $S_n(f)[\frac{1}{\text{Hz}}]$  の平方根、横軸を周波数 [Hz] とする。3 つの LIGO 検出器は同じ  $S_n(f)$

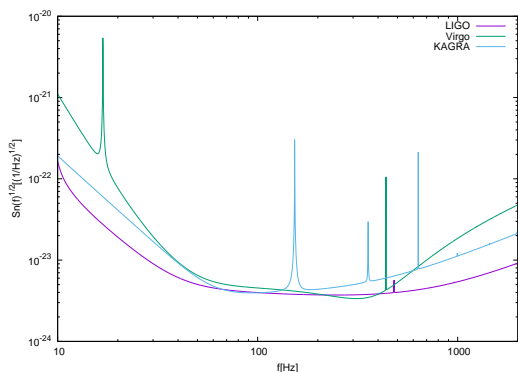


図 1: 検出器の  $S_n(f)$

を用いた。図は値が小さいほど感度が良いことを示し、aLIGO がほとんどの周波数で感度が良い。

## 2.3 重力波信号について

検出器で測定される重力波信号は、式 (1) の形で得られる。計算で用いる重力波信号としては、H.Dimmelmeier et al.(2008) のデータを用いた。内容は、距離 10(kpc) にある星からくる軸対称の一般相対論的な重力収縮による超新星爆発を起こした場合のシグナルである。重力波源の中心を原点とし、重力波源の回転軸を  $z$  軸とし、重力波はその極座標で  $r$  方向に伝搬する平面波とする。密度が時間に依存し、軸対象な回転星が収縮したり、膨張すると、

$$h_+(t) = \frac{10^4}{D} h(t) \sin^2 \theta \quad (2)$$

$$h_\times(t) = 0 \quad (3)$$

という重力波を出す。星までの距離が  $D[\text{pc}]$ 、傾斜角を  $\theta$  としている。用いる重力波  $h(t)$  の時間変化を次に示す。縦軸を  $h(t)$ 、横軸を  $t[\text{ms}]$  とする。

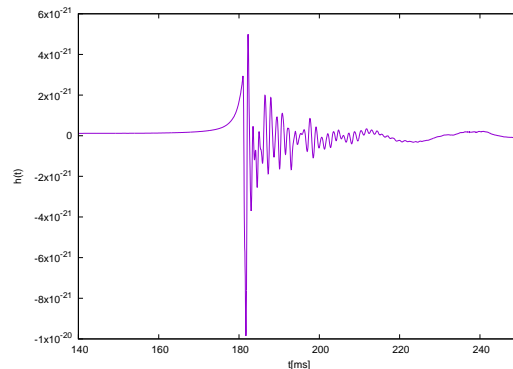


図 2: 重力波信号の時間変化

## 3 計算方法

今回の観測される重力波  $h_{obs}(t)$  は、用いる重力波シグナル  $h(t)$ 、アンテナパターン関数  $F(t)$  を用いて、次のようにかける。(P. Jaranowski et al. 1998)

$$h_{obs}(t) = F(t)h(t) \quad (4)$$

$$F(t) = (a \cos 2\psi + b \sin 2\psi) \frac{10^4}{D} \sin^2 \theta \quad (5)$$

ここで、 $a$ 、 $b$  は検出器の位置や、星の座標や、地球の自転に依存した関数である。また、 $D$  を星までの距離 [pc]、 $\psi$  を偏極角、 $\theta$  を傾斜角としている。

### 3.1 Matched filter

検出器の観測データ  $x(t)$  はノイズ  $n(t)$  と重力波  $h_{obs}(t)$  の和で次のように表示される。

$$x(t) = n(t) + h_{obs}(t) \quad (6)$$

フーリエ変換は

$$\tilde{x}(f) = \tilde{n}(f) + \tilde{h}(f) \quad (7)$$

とかける。ここで、Matched filter での S/N 比はノイズパワースペクトラム  $S_n(f)$  も用いて、次のようにかかれる。

$$\frac{S}{N} = \left( 4 \int_0^\infty \frac{|\tilde{h}(f)|^2}{S_n(f)} df \right)^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

Matched filter では観測データに理論予想波形をかけて、理論予想波形と観測データの相関をとっている。フィルタによって雑音の多い周波数では寄与を小さく、雑音の少ない周波数では寄与を大きくしている。理論予想波形がわかるならこれで考えれる。

### 3.2 Excess power method

今回はより実際の観測に近い S/N 比を考えたいため、Excess power method での S/N 比を考える。Excess power method というのは、理論波形を用いない解析で、データの時間周波数空間でのパワーの excess を見る方法である。まず、excess power statistic と呼ばれる量について考える。それは次のように書ける。(M. Maggiore 2007)

$$\begin{aligned} \langle \varepsilon \rangle &= \left\langle 4 \int_{f_1}^{f_2} \frac{\tilde{x}(f) \tilde{x}^*(f)}{S_n(f)} df \right\rangle \\ &= 4 \int_{f_1}^{f_2} \frac{\langle |\tilde{n}(f)|^2 \rangle}{S_n(f)} df + 4 \int_{f_1}^{f_2} \frac{\langle |\tilde{h}(f)|^2 \rangle}{S_n(f)} df \end{aligned} \quad (9)$$

$\langle \rangle$  はアンサンブル平均である。ここで、 $S_n(f)$  の定義が次のようになっている。

$$S_n(f) = \frac{2 \langle |\tilde{n}(f)|^2 \rangle}{\delta T} \quad (10)$$

$\delta T$  [s] は重力波のデータの幅である。よって、式 (9) は、

$$\langle \varepsilon \rangle = 2(f_2 - f_1) \delta T + 4 \int_{f_1}^{f_2} \frac{\langle |\tilde{h}(f)|^2 \rangle}{S_n(f)} df \quad (11)$$

と書ける。重力波がないとき、 $\langle \varepsilon_0 \rangle = 2(f_2 - f_1) \delta T$  より、 $\langle \varepsilon \rangle$  を  $\langle \varepsilon_0 \rangle$  で割ることで Excess power method での S/N 比は次のように書ける。

$$\frac{S}{N} = \left( 1 + \frac{2}{(f_2 - f_1) \delta T} \int_{f_1}^{f_2} \frac{\langle |\tilde{h}(f)|^2 \rangle}{S_n(f)} df \right)^{\frac{1}{2}} \quad (12)$$

Excess power method の S/N 比は  $f_1, f_2$  に依存している。図 1 と重力波信号をフーリエ変換した  $\tilde{h}(f)$  の関係からもっとも強度が大きくなるように表 1 の値をとった。F(t)=1 として、Matched filter、Excess

表 1:  $f_1, f_2$  の検出器ごとの値

name	$f_1$	$f_2$
aLIGO	40	900
aVirgo	40	730
KAGRA	40	730

power method の S/N 比を計算すると、表 2 のようになった。結果としては Excess power method の S/N

表 2: S/N 比の比較

name	Matched filter	Excess power
aLIGO	86.2	14.3
aVirgo	61.6	11.5
KAGRA	56.7	10.2

比は Matched filter の S/N 比より約 1/6 倍小さくなった。

## 4 結果

今回は偏極角と傾斜角については平均し、Excess power method の S/N 比を計算した。その結果を示す。

#### 4.1 地球の自転による S/N 比の時間変化

候補天体のうち Betelgeuse について地球の自転による S/N 比の 1 日の時間変化を示す。縦軸を S/N ratio とし、横軸を  $t$ [hour] として、図を示す。また、Betelgeuse は赤経:5h55m10.305s、赤緯:7°24m25.43s、距離:152.672[pc] に位置する。

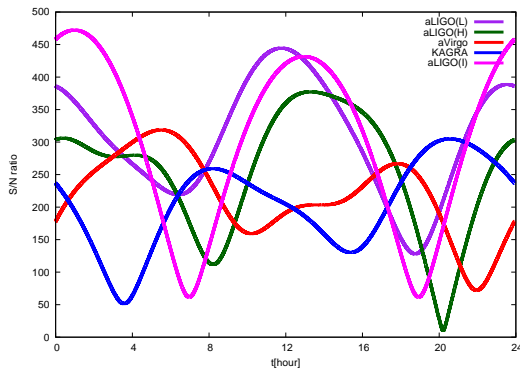


図 3: Betelgeuse の S/N 比の時間変化

aLIGO の 3 つの検出器は同じ  $S_n(f)$  を用いたが、検出器の位置による違いによりずれている。aLIGO は KAGRA より時間平均では感度が良いが、時間変化では KAGRA の方が感度が良い時間がある。

#### 4.2 候補天体の S/N 比のヒストグラム

銀河系内の超新星爆発候補天体での S/N 比の 1 日の時間平均を計算し、ヒストグラムにした。結果としては aLIGO Livingston での S/N 比のヒストグラムを縦軸を個数とし、横軸を S/N ratio として示す。ただし、このリストは 10(kpc) 以上の星については観測されている全ての星を網羅しているわけではない。S/N 比は 10 程度であれば検出可能と言える。S/N 比の値毎の候補天体の数は 58( $10 < S/N < 50$ ), 59( $50 < S/N < 100$ ), 63( $100 < S/N$ ) となった。S/N 比の時間平均は数 100(pc) の近傍の星では 100 のオーダーで 3 ~ 4(kpc) の星では 10 のオーダーとなった。

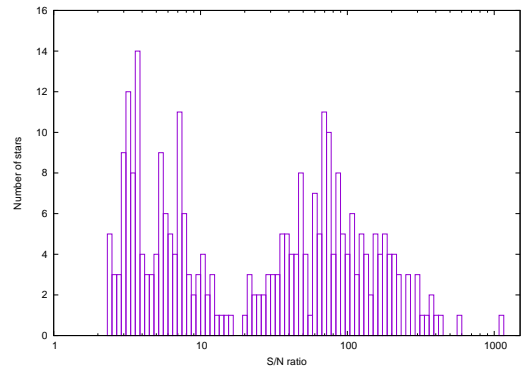


図 4: S/N 比の 1 日の時間平均

### 5 まとめ

銀河系内の超新星爆発候補天体について Excess power method を用いて S/N 比を計算した。aLIGO は KAGRA より時間平均では感度が良いが、時間変化では KAGRA の方が感度が良い時間があった。S/N 比の値毎の候補天体の数は 58( $10 < S/N < 50$ ), 59( $50 < S/N < 100$ ), 63( $100 < S/N$ ) となった。S/N 比の時間平均は数 100(pc) の近傍の星では 100 のオーダーで 3 ~ 4(kpc) の星では 10 のオーダーとなった。

### Reference

- 中村卓史・三尾典克・大橋正健 編著 重力波をとらえる  
—存在の証明から検出へ京都大学学術出版会 1998
- P. Jaranowski, A. Królak, & B. F. Schutz 1998, Phy Rev D, VOLUME 58, 063001
- H. Dimmelmeier, C. D. Ott, A. Marek, & H. T. Janka 2008, Phy Rev D, 78, 064056
- 尾崎洋二 著 宇宙科学入門 東京大学出版会 1996
- M. Maggiore, Gravitational Waves Volume1 Theory and Experiments 2007