真空エネルギーの繰り込みと宇宙定数

塚本　拓真 (名古屋大学大学院 理学研究科)

Abstract

場の量子論では宇宙定数を真空エネルギーとしてみなすことができるが, その値は理論値と観測値とでは大きく差が出てしまう. その原因としてループ補正の寄与があるが, その寄与を打ち消しあうようなモデルを紹介する.

1　Introduction

場の量子論では宇宙定数は真空エネルギーとしてみなすことができる. そのためループ補正の項も含んだ量となるため UV-sensitive なものとなる. その理論値は観測値に比べて何十桁と大きな値を導く. 今回紹介するモデルは, Einstein 重力の作用に対して時空の座標に依らない global constraint を与える項を導入したモデルと, unimodular gravity のモデルとを融合したようなモデルとなっている (unimodular gravity はラグラジアンの未定乗数法を用いて, 宇宙定数を未定乗数場として, $\sqrt{g}$ を 1 にするような拘束条件をつけるモデルである.) . このモデルは方程式を導出する際に自動的に真空エネルギーのループ補正の寄与を打ち消しあうようなものとなっている. 結果として真空エネルギーからの補正を小さくできる事を期待している.

2　Model

理論値における真空エネルギーの不安定性を回避するモデルのひとつとして, 不安定性を引き起こすループ補正項を自動的になくす,local な作用を持ったモデルを紹介する. Local な作用を持つモデルを紹介する前に, global constraint を課すことができる作用として次のようなものを考える

$$S = \int d^4x\sqrt{g}[\frac{M_{pl}^2}{2}R - \Lambda - \lambda^4 L_m(\lambda^{-2}g^{\mu\nu}, \Phi)] + \sigma(\frac{\Lambda}{\lambda^4\mu^4})$$

g は $\det[g_{\mu\nu}]$, L_m は物質項, Λ,λ は時空の座標に依らない global variable である.
この作用に対し,

$$g_{\mu\nu} \to \frac{\kappa^2}{M_{pl}^2}g_{\mu\nu},\ \Lambda \to \Lambda(\frac{M_{pl}^2}{\kappa^2})^2\ (\kappa^2 = \frac{M_{pl}^2}{\lambda^2})$$

という変換を行い, Jordan frame へ移すと, 作用は

$$S = \int d^4x\sqrt{g}[\frac{\kappa^2}{2}R - \Lambda - L_m(g^{\mu\nu}, \Phi)] + \sigma(\frac{\Lambda}{\mu^4})$$

となる.
この作用を解くことで次の方程式を得る

$$\langle R\rangle = 0 \quad , \quad \frac{\sigma'}{\mu^4} = \int\sqrt{g}$$
$$\kappa^2 G^\mu_\nu + \Lambda\delta^\mu_\nu = T^\mu_\nu$$

物理量:Q に対して,

space average $\langle Q\rangle = \int\sqrt{g}Q / \int\sqrt{g}$

これらの式から Λ と Einstein 重力は次のように書き換えられる

$$\Lambda = \frac{1}{4}\langle T^\mu_\nu\rangle \quad , \quad \kappa^2 G^\mu_\nu = T^{mu}_{nu} - \frac{1}{4}\langle T^\alpha_\alpha\rangle$$

ここで T^μ_ν が定数として振る舞う真空エネルギー : V_{vac} と, 局所的には励起しているエネルギー: τ^μ_ν のふたつの寄与をもった量とする:

$$T^\mu_\nu = -V_{vac}\delta^\mu_\nu + \tau^\mu_\nu$$

ここで, V_{vac} はループ補正から出てくる真空エネルギーであり, この項の寄与は上の Einstein 重力の

中では打ち消しあい出てこない.

この作用を解くことでも真空エネルギーが打ち消しあうような方程式が得られたが, この作用の global constraint : σ の代わりに, ラグランジュの未定乗数法を用いることで local な作用として, かつ Einstein 重力と同様な方程式が得られるモデルを紹介する.

この作用に対して, $\sqrt{g}$ の関数をラグランジュの未定乗数法によって constraint を付け, その条件を与える未定乗数場が Λ, κ^2 であるとする. constraint を与える項として, 4 階テンソルを用いた次の項を入れる

$$S_{FG} = -\int[\Lambda(x)\sqrt{g}d^4x \\ -\sigma(\tfrac{\Lambda(x)}{\mu^4})F_{\mu\nu\lambda\sigma}(x)dx^\mu dx^\nu dx^\lambda dx^\sigma]$$

κ^2 についても同様の項を入れることで, 作用は

$$S = \int d^4x\sqrt{g}[\tfrac{\kappa^2(x)}{2}R - \Lambda(x) - L_m(g^{\mu\nu}, \Phi)] \\ +\int dx^\mu dx^\nu dx^\lambda dx^\sigma[\sigma(\tfrac{\Lambda}{\mu^4})F_{\mu\nu\lambda\sigma} + \hat{\sigma}(\tfrac{\kappa^2}{M_{pl}^2})\hat{F}_{\mu\nu\lambda\sigma}]$$

となる.

ここで
$F_{\mu\nu\lambda\sigma} = 4\partial_{[\mu}A_{\nu\lambda\sigma]}$, $\hat{F}_{\mu\nu\lambda\sigma} = 4\partial_{[\mu}\hat{A}_{\nu\lambda\sigma]}$
であり, $A_{\nu\lambda\sigma}$ 及び $\hat{F}_{\nu\lambda\sigma}$ の変分により, on-shell において Λ, κ^2 を定数にするような constraint を与える.

3 Results

この作用を on-shell で解くことで, Λ, κ^2 が定数となるような, 次の方程式が得られる

$$\frac{\sigma'}{\mu^4}\partial_\mu\Lambda = 0, \frac{\hat{\sigma}'}{M_{pl}^2}\partial_\mu\kappa^2 = 0 \\ \kappa^2 G^\mu_\nu = T^\mu_\nu - \Lambda\delta^\mu_\nu \\ \frac{\sigma'}{\mu^4}F_{\mu\nu\lambda\sigma} = \frac{1}{4!}\sqrt{g}\epsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} \\ \frac{\hat{\sigma}'}{M_{pl}^2}\hat{F}_{\mu\nu\lambda\sigma} = -\frac{1}{2}\frac{1}{4!}R\sqrt{g}\epsilon_{\mu\nu\lambda\sigma}$$

また, これらの式より次が得られる

$$\Lambda = \tfrac{1}{4}\langle T^\alpha_\alpha\rangle + \Delta\Lambda \\ \Delta\Lambda \equiv \tfrac{1}{4}\kappa^2\langle R\rangle = \tfrac{\mu^4}{2}\tfrac{\kappa^2\hat{\sigma}'}{M_{pl}^2\sigma'}\tfrac{\int\hat{F}_4}{\int F_4} \\ \kappa^2 G^\mu_\nu = T^\mu_\nu - \tfrac{1}{4}\delta^\mu_\nu\langle T^\alpha_\alpha\rangle - \delta^\mu_\nu\Delta\Lambda$$

ここでも stress-tensor を $T^\mu_\nu = -V_{vac}\delta^\mu_\nu + \tau^\mu_\nu$ とすると V_{vac} は Einstein 重力の中で打ち消しあって出てこない. このモデルでは Einstein 重力の中に stress-tensor の効果だけでなく, 宇宙定数の残りの効果が入ってきている.

4 Conclusion

宇宙定数の寄与してくる項: $\Delta\Lambda$ は正であるので, 膨張宇宙を与えるモデルとなっている. $\tau^\mu_\nu, F_{\mu\nu\lambda\sigma}, \hat{F}_{\mu\nu\lambda\sigma}$ は cut-off に依存していないので量子補正に対し安定な量で, $\Delta\Lambda$ も安定な量になっている. このモデルでは関数 $\sigma, \hat{\sigma}$ は現象論から決定される関数となっている. また Λ, κ^2 は任意定数として現れるので観測もしくは物理的な要請から決定されるような量になっている.

5 参考文献

N. Kaloper & A. Padilla, Phys. Rev. D 90, no. 8, 084023 (2014) [Phys. Rev. D 90, no. 10, 109901 (2014)]
S.E. Rugh & H. Zinkernagel “ The Quantum Vacuum and the Cosmological Constant Problem ”
Nemanja Kaloper, Antonio Padilla, David Stefanyszyn, & George Zahariade “A Manifestly Local Theory of Vacuum Energy Sequestering ”
Jean-Guy Demers, Ren´ e Lafrance, & Robert C. Myers “ Black hole entropy without brick walls ”

Acknowledgement

基礎物理学研究所 (研究会番号：YITP-W-15-04) 及び国立天文台からのご支援に感謝いたします。
その他謝辞がある場合は記入してください。