

漸近的 AdS モノポールブラックホールとその熱力学的性質

宮下 翔一郎 (早稲田大学大学院 先進理工学研究科 前田研究室)

概要

本研究では漸近的に AdS 時空となる Einstein-Yang-Mills-Higgs 系における静的球対称ブラックホールを数値的に求め、漸近的平坦な場合と比較して負の宇宙項による影響を見た。またその熱力学を議論することにより、その系における非自明なブラックホール解 (モノポールブラックホール) の安定性を予想する。

1 序説

ブラックホールの無毛仮説が提言された後、それを満たさないようなブラックホール解の探求が盛んとなった。ブラックホールの無毛仮説とは「ブラックホールは大域積分量として質量、角運動量、U(1) 電荷しか持たない」という仮説であり、実際にそれは Einstein-Maxwell 系においては定理として成り立っている。非可換ゲージ場を加えた系においては自明な Kerr-Newmann ブラックホールの他に非自明なブラックホール (非可換ブラックホール) が存在し、これまで様々な系でその非可換ブラックホールの存在や性質などが調べられ、無毛仮説の反例となるようなブラックホールが見つかった。

非可換ゲージ場と重力が結合した系への興味として、無毛仮説の観点からとは別の観点からもある。SU(2) Yang-Mills 場と重力が結合した系を考えると、その系においてはソリトン解 (BM 解) が存在し、これは YM 場、重力場それぞれの独立した系では見られない特徴である。このように非可換ゲージ場を重力下で考えると非自明な新しい特徴が見える可能性がある。

本研究では SO(3) Yang-Mills 場と Higgs 場を漸近的 AdS 時空で考えて、その系での非可換ブラックホールについて調べた。漸近的 de Sitter 時空における Einstein-SO(3) Yang-Mills-Higgs 系では磁荷と電荷を持つダイオン解、又そのブラックホール解が存在するが (A. R. Lugo et al. 2010)、ここでは特に磁荷のみを持つ非可換ブラックホール (モノポールブラックホール) を考え、漸近的平坦時空におけるモノポールブラックホールと比較する。漸近的平坦なモノポールブラックホールはパラメータの値によっ

て複雑な振る舞いをしているが、ここでは負の宇宙項によってどのような影響があるかを見た。

漸近的 AdS 時空におけるブラックホールの性質やその熱力学的性質を調べることにより、AdS/CFT 対応で対応する系の解析に繋がる可能性があることも興味深い。

2 基礎方程式

系の作用汎関数として次を考える:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} [\mathcal{L}_G + \mathcal{L}_{YM} + \mathcal{L}_H] \quad (1)$$

$$\mathcal{L}_G = \frac{1}{16\pi} (R - 2\Lambda)$$

$$\mathcal{L}_{YM} = -\frac{1}{4\pi} F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} \quad (2)$$

$$\mathcal{L}_H = -\frac{1}{2} D_\mu \Phi^a D^\mu \Phi^a - \frac{\lambda}{4} (\Phi^a \Phi^a - v^2)^2$$

を考える。ここで

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a - e\epsilon^{abc} A_\mu^b A_\nu^c \quad (3)$$

$$D_\mu \Phi^a = \partial_\mu \Phi^a + e\epsilon^{abc} A_\mu^b \Phi^c \quad (4)$$

となっていて、 R はリッチスカラー、 $F_{\mu\nu}^a$ 、 A_μ^a は SO(3) Yang-Mills 場の強度テンソル、ベクトルポテンシャルで Φ^a は実三重項の Higgs 場であり、 G 、 e 、 λ 、 v 、 Λ はそれぞれ重力定数、YM 場の結合定数、Higgs 場の自己結合定数、真空期待値、そして宇宙項である。漸近的 AdS 時空を考えるので $-\Lambda = \Lambda$ である。

計量は静的球対称を仮定し、ゲージ場、Higgs 場には t'Hooft-Polyakov モノポールを考える際の Hedgehog 型を採用する:

$$ds^2 = -\mu e^{-2\delta} dt^2 + \mu^{-1} dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \quad (5)$$

$$\mu = 1 - \frac{2m(r)}{r} - \frac{\Lambda}{3} r^2 \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \Phi^a &= v \hat{r}^a h(r) \\ A_i^a &= w_i^c \epsilon^{abc} \hat{r}^b \frac{1-w(r)}{er} \\ A_t^a &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

w_i^a は三脚場、 \hat{r}^a は内部空間の動径方向単位ベクトルの a 成分を表す。

この条件のもとで変分を取ると、 $m(r)$, $\delta(r)$, $w(r)$, $h(r)$ に関する 4 つの連立常微分方程式が出てくる。その常微分方程式系を地平面上と無限遠で適切な境界条件を課して数値的に解いた。その際、地平線上でのゲージ場の値、Higgs 場の値、地平線半径である w_H, h_H, r_H の三つをシューティングして境界条件を満たすような解を求めた。数値的に解くうえで、 $\tilde{r} \equiv evr$, $\tilde{m} \equiv Gevm$ として変数を無次元化し、無次元パラメータ $\tilde{v} \equiv \sqrt{G}v$, $\tilde{\lambda} \equiv \lambda/e^2$, $\tilde{\Lambda} \equiv \Lambda/(ev)^2$ を定義した。

3 結果

ゲージ場の函数 $w(r)$ と Higgs 場の函数 $h(r)$ 、質量函数の振る舞いを図 1-図 3 に示す。地平線の外でのゲージ場、Higgs 場は t'Hooft-Polyakov モノポールと同じような振る舞いをしている。Higgs ポテンシャルが在る領域がモノポールの領域に対応するので、その振る舞いを見ると地平線が大きくなって重力が強くなるとモノポールの半径が小さくなっていくのがわかる。(図 4) また、地平線半径を同じ大きさに保ったまま $|\Lambda|$ を大きくすると同様にモノポール半径が小さくなる。

次にモノポールブラックホールの熱力学的性質を考える。RN ブラックホールとモノポールブラックホールの質量-地平線半径図(図 5)を見ると、同じ質量で見たときにモノポールブラックホールの方が RN ブラックホールより地平線半径が大きいことがわか

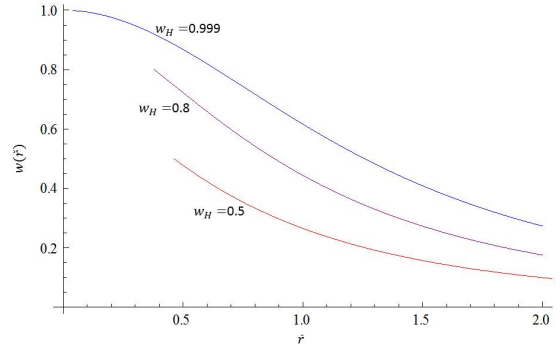


図 1: $\tilde{\lambda} = 0.1$, $\tilde{v} = 0.05$, $\tilde{\Lambda} = -1$ の時のゲージ場の函数 $w(\tilde{r})$ の値

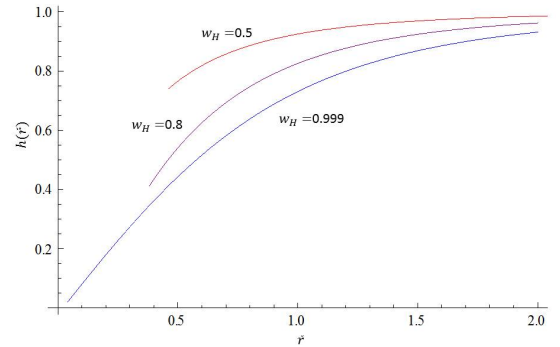


図 2: $\tilde{\lambda} = 0.1$, $\tilde{v} = 0.05$, $\tilde{\Lambda} = -1$ の時の Higgs 場の函数 $h(\tilde{r})$ の値

る。エントロピーは地平線半径の 2 乗に比例するので、地平線半径の大小とエントロピーの大小は定性的には変わらない。つまりモノポールブラックホールの方がエントロピー的に見れば安定である。私の知る限りでは、このようなエントロピーの議論で安定な静的ブラックホールは、解の線形摂動に対しても安定な解であるので、この AdS モノポールブラックホールの場合も安定な解ではないかと予想される。次に熱浴中での安定性を見る。ブラックホールの熱容量 C は温度とエントロピーを用いて

$$C = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right) \quad (8)$$

と書ける。この熱容量の符号が正ならばここでは

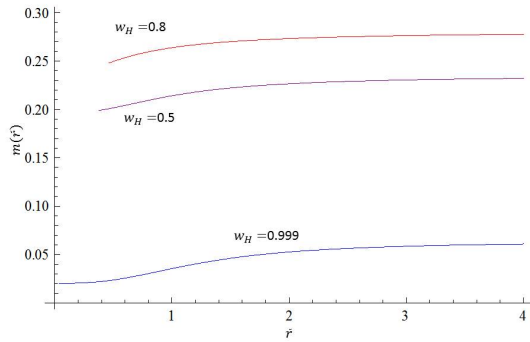


図 3: $\tilde{\lambda} = 0.1$ 、 $\tilde{v} = 0.05$ 、 $\tilde{\Lambda} = -1$ の時の質量函数 $m(\tilde{r})$ の値

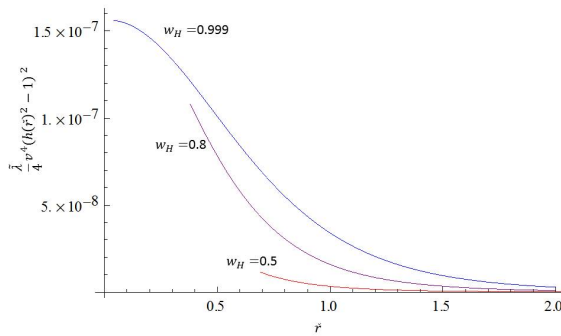


図 4: $\tilde{\lambda} = 0.1$ 、 $\tilde{v} = 0.05$ 、 $\tilde{\Lambda} = -1$ の時の Higgs ポテンシャルの値

熱力学的に安定と呼ぶことにする。大体のパラメータ領域では図 6 のように熱容量は全体的に負となり熱力学的に不安定であるが、あるパラメータ領域では部分的に正となる場合がある。正となる場合もパターンが 2 つあり、i) RN ブラックホールの熱容量が正の領域に繋がっているパターン (図 7) と、ii) RN ブラックホールの熱容量が負の領域に繋がっているパターン (図 8) である。後者の場合は RN ブラックホールに接続する点のごく近傍を見なければわからない。最後に温度-自由エネルギー図を図 9、図 10 に載せる。RN が相転移するようなパラメータとそうでないパラメータの 2 種類とも RN ブラックホールの方が自由エネルギーが低い。つまり熱浴中では RN

ブラックホールのほうが安定であることが分かった。

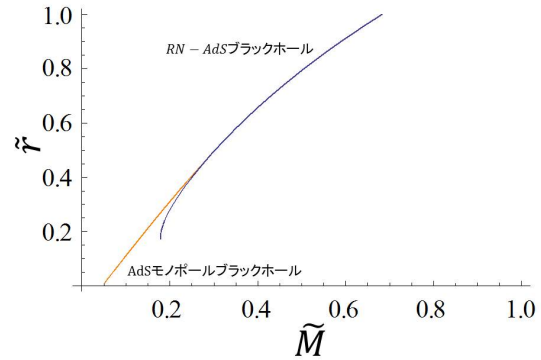


図 5: $\tilde{\lambda} = 0.1$ 、 $\tilde{v} = 0.05$ 、 $\tilde{\Lambda} = -1$ の時の質量-地平線半径図

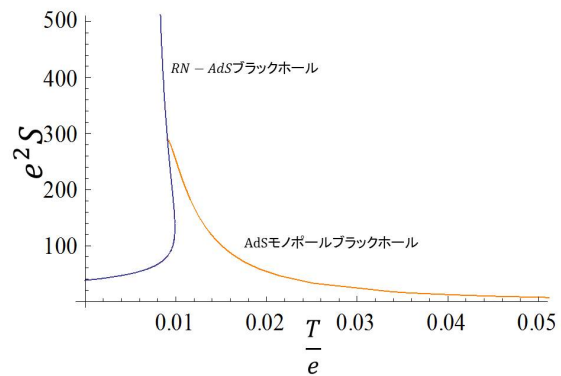


図 6: $\tilde{\lambda} = 0.1$ 、 $\tilde{v} = 0.05$ 、 $\tilde{\Lambda} = -1$ の時の温度-エントロピー図

4 結び

AdS モノポールブラックホール解を数値的に求め、エントロピー的な安定性を見ることにより、解の安定性を予想した。また、熱浴中では RN ブラックホールの方が安定であることが分かった。現段階ではあまり広いパラメータ領域で調べられていないので、領域を広げれば、また新たな熱力学的性質が見えてくる可能性がある。

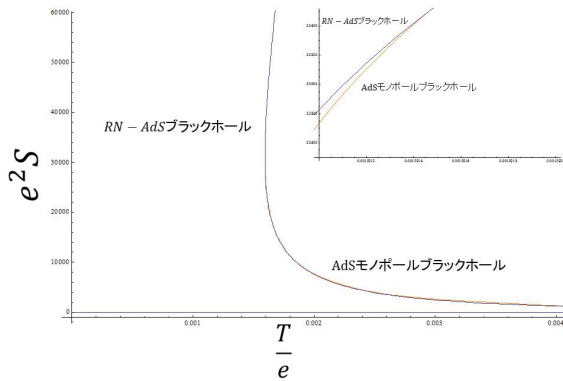


図 7: $\tilde{\lambda} = 0.1, \tilde{\nu} = 0.001, \tilde{\Lambda} = -100$ の時の温度-エントロピー図。右上の図は $e^2 S = 30000$ 付近で RN とモノポールが交わる所を拡大したもの。

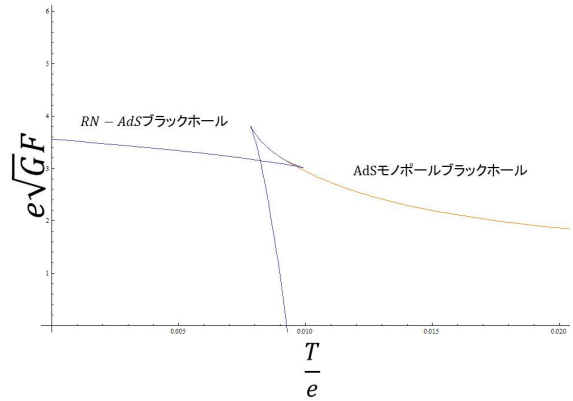


図 9: $\tilde{\lambda} = 0.1, \tilde{\nu} = 0.05, \tilde{\Lambda} = -1$ の時の温度-Helmholtz 自由エネルギー図

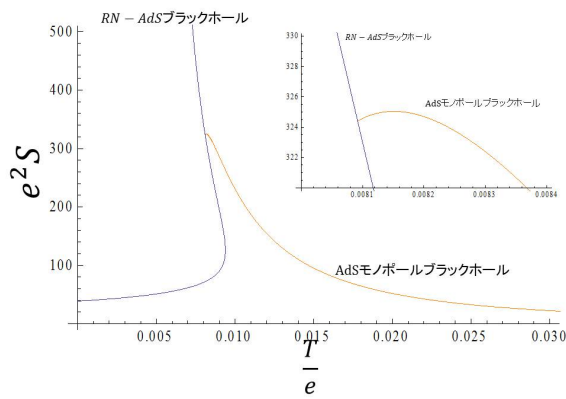


図 8: $\tilde{\lambda} = 0.1, \tilde{\nu} = 0.05, \tilde{\Lambda} = -0.6$ の時の温度-エントロピー図。右上は $e^2 S = 300$ 付近で RN とモノポールが交わるところを拡大したもの

謝辞

基礎物理学研究所 (研究会番号: YITP-W-15-04) 及び国立天文台からのご支援に深く感謝いたします。

Reference

T. Tachizawa, K. I. Maeda and T. Torii 1995, Phys. Rev. D 51, 4054
] A. R. Lugo, E. F. Moreno and F. A. Schaposnik 2010, JHEP 1003, 013

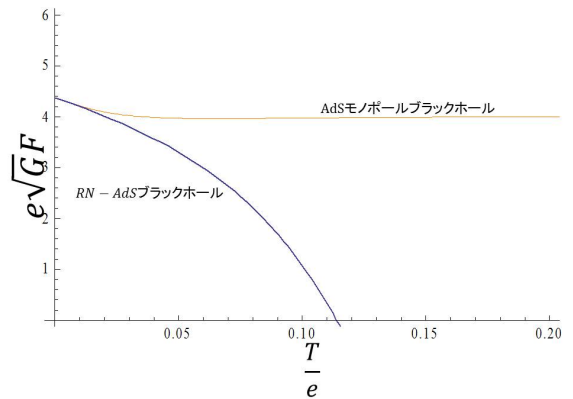


図 10: $\tilde{\lambda} = 0.1, \tilde{\nu} = 0.05, \tilde{\Lambda} = -100$ の時の温度-Helmholtz 自由エネルギー図