超巨大星の重力崩壊時に形成されるディスクについて

打田　晴輝　（京都大学基礎物理学研究所　宇宙グループ)

Abstract

超巨大ブラックホールの形成シナリオの一つとして超巨大星の重力崩壊が挙げられている。超巨大星は重力崩壊によってブラックホールとなり周りにディスクが残るだろうと言われている。どのようなディスクが残るのかを簡単に考察する。

1　イントロダクション

我々の住む銀河を含め銀河のほぼ全てには $10^6 M_\odot$ 程度の超巨大ブラックホール（SMBH）が存在することが分かっている。また、z～6 程度の初期宇宙にも $10^9 M_\odot$ 程度の SMBH が存在することが分かっている。しかしこの SMBH 形成機構については未解明である。形成シナリオの一つとして考えられるのが $10^5 M_\odot$ 程度の超巨大星 (SMS) が宇宙初期に形成され、それが重力崩壊を起こし巨大 BH となり、質量降着して SMBH となった、というシナリオである。このシナリオが正しいのかを検証するには SMS の重力崩壊を研究する必要がある。SMS は一般に回転しているため重力崩壊時に一部がディスクとして巨大 BH 周りに残ることが予想される [2]。実際に過去のシミュレーション [5] によりディスクが残ることが確認されている。ディスクは形成後粘性加熱により非常に高温となり電磁波を放出し、SMS のまだ落ちきっていない外層部との相互作用で明るく輝き、観測できる可能性がある。SMS 重力崩壊時のディスクの形成と発展を研究する必要があるが、現在までの研究では重力崩壊そのものに焦点を当てておりディスクの形成と発展については研究が進んでいない。まずどのようなディスクが形成されるのかに注目して研究を行う。今回はそのための重要な文献のレビューを行う。特に [2] の文献について重点的にレビューする。

2　超巨大星

2.1　状態方程式

超巨大星とは、太陽質量の 10^4 以上の質量を持つような星である。状態方程式はガス圧と輻射圧の寄与により

$$P = P_g + P_\gamma \tag{1}$$

$$P_g = \frac{\rho k_B T}{\mu} \tag{2}$$

$$P_\gamma = \frac{1}{3} a T^4 \tag{3}$$

と書ける。ここで、μ は平均分子量である。ガス圧と輻射圧の比は天体の質量を用いて

$$\frac{P_g}{P_\gamma} = 8.49 \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{-\frac{1}{2}} \tag{4}$$

と書けることが知られており、$M \geq 10^6 M_\odot$ の SMS ではガスの圧力はほぼ無視することができる。また、内部では対流が発生していてバリオン 1 個当たりのエントロピーは一様になっていると考えられる。このとき、星の状態方程式はガス圧を無視すると考えると温度を用いて

$$P \propto T^4 \tag{5}$$

と書け、またバリオン当たりのエントロピーは

$$s \propto T^3/\rho = \mathrm{Const} \tag{6}$$

と書ける。以上により T を消去すると状態方程式として

$$P = K\rho^{\frac{4}{3}}, \quad K = \mathrm{Const} \tag{7}$$

という形が得られる。このように

$$P = K\rho^{1+\frac{1}{N}} = K\rho^{\Gamma},\quad K = \mathrm{Const} \tag{8}$$

の形で状態方程式が書けるような天体をポリトロープと呼ぶ。この状態方程式とポアソン方程式、静水圧平衡の方程式を連立することで星の密度分布を知ることができる。
球対称の場合は中心密度が平均密度の約 57 倍となるような非常に中心に質量が集中したような解が得られる。

2.2 回転の効果

超巨大星は一般に回転しており、軸対称な密度分布をしている。この際、対流により回転は一様であると考えられる。回転している場合の密度分布は Roch 近似と呼ばれる近似によって簡単に求められる。
Roch 近似とは以下の近似である。
・回転により星の外層のみ変形している。
・力学平衡の式は

$$H + \Phi_1 + \Phi_2 = k(\mathrm{Const}) \tag{9}$$

と書ける。ここで $H : dH = dP/\rho$: エンタルピー、$\Phi_1 = -GM/r$: 重力ポテンシャル、$\Phi_2 = -\frac{1}{2}\omega^2(x^2 + y^2)$: 遠心力である。
このモデルは中心部は変形せず、外層部は中心の作る重力ポテンシャル及び遠心力を感じ変形するというモデルである。
このモデルの密度分布について簡単に解析をする。まずエンタルピーは状態方程式 (7) を代入すれば

$$H = 4K\rho^{\frac{1}{3}} \tag{10}$$

と書ける。今 $\rho = 0$ となる点を表面と定義すると、星表面では

$$\Phi_1 + \Phi_2 = k \tag{11}$$

が成立する。星の軸上の半径を R と置くと、軸上の表面の粒子は遠心力を感じないので

$$k = -\frac{GM}{R} \tag{12}$$

となる。また、赤道面上では $r^2 = x^2 + y^2$ として

$$V_{eff} \equiv \Phi_1 + \Phi_2 = -\frac{GM}{r} - \frac{1}{2}\omega^2 r^2 \tag{13}$$

と書ける。V_{eff} は $r = r_c = \left(\frac{GM}{\omega^2}\right)^{\frac{1}{3}}$ の点に極値 $-\frac{3}{2}\frac{GM}{r_c}$ を持つ。
よって $k > -\frac{3}{2}\frac{GM}{r_c}$ では $r > r_c$ の粒子は遠心力によって無限遠に飛ばされてしまう。従ってこの星の外層部が飛ばされずに残る最大の k は

$$k = -\frac{GM}{R} = -\frac{3}{2}\frac{GM}{r_c} \tag{14}$$

で与えられる。これを解くことで

$$r_c = \frac{3}{2}R \tag{15}$$

$$\omega = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{3}{2}}\left(\frac{M}{R^3}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{16}$$

が得られる。この ω を Mass Shedding Limit と呼び、平衡状態で入られる星の角速度の最大値である。また、この時赤道面の半径は軸上の半径の 1.5 倍に伸びる。

3 重力崩壊

3.1 重力崩壊の原因

SMS は一般に不安定であり、重力崩壊を起こすと考えられる。重力崩壊の原因は主に 2 つに分けられ、それぞれ一般相対論的不安定性及び pair instability と呼ばれる。
一般相対論的不安定性とは、力学平衡の式に一般相対性理論の補正が加わり平衡状態でいられなくなる不安定性である。この不安定性が起きる条件は (8) の Γ に対し

$$\Gamma - \frac{4}{3} < 2.63\frac{P_c}{\rho_c c^2} \tag{17}$$

と書ける。ここで P_c, ρ_c はそれぞれ中心で圧力、密度である。この右辺とガス圧の寄与も入れた状態方程式 (1) との比較をすることで質量に対する条件に書き換えることができ、結果として $M > 10^5 M_\odot$ の星は一般相対論的不安定性が効くことがわかる。これはつまりこの質量を上回るような天体はいかなる時も安定に存在することはできないことを表わしている。
もう一つの不安定性として pair instability がある。

これは天体の中心部の温度が 10^9K を上回ると中心部で光子が電子陽電子対生成を初めてしまい光子の圧力が弱くなることにより生じる不安定性である。こちらの不安定性は約 $M > 100M_\odot$ で生じると言われている。この条件は中心部の温度が 10^9K に達するのは中心が酸素燃焼段階に入ったときであり、そこまで星の進化が続く（途中で中心部の核融合が止まらない）という条件から得られる。
以上が重力崩壊の原因として考えられる要因である。天体の質量によって重力崩壊の原因が異なり、また内部の化学組成も異なるため質量によって異なる初期条件を与えなくてはならない。

3.2 ディスクの形成

以下では回転する SMS の一般相対論的不安定性による重力崩壊でどのような BH とディスクが出来るのかを簡単に考察する。
SMS は大きなガスが重力により徐々に収縮し、回転速度を上げながら形成されると考えられる。この際一般相対論的不安定が効くまでの進化を考えると、不安定性が効く前に回転速度が Mass Shedding Limit を上回るようになると考えられる。すると SMS は赤道からガスを放出しつつ Mass Shedding Limit を維持しながら収縮を続け、ある点で重力崩壊を開始すると考えられる。このとき不安定性解析 [1] により SMS はその質量や半径に寄らず

$$\frac{T}{|W|} \sim 0.007, \quad \frac{R}{M} \sim 456, \quad \frac{J}{M^2} \sim 0.8757 \tag{18}$$

という値を持つことが分かっている。ここで T は SMS の運動エネルギー、W は SMS の重力ポテンシャルエネルギー、J は SMS の角運動量である。

3.3 Kerr BH ISCO

SMS は重力崩壊後に KerrBH を形成する。KerrBH の計量は

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2Mr}{\Sigma}\right) dt^2 - \frac{4aMrsin^2\theta}{\Sigma} dtd\phi \tag{19}$$

$$+\frac{\Sigma}{\Delta}dr^2 + \Sigma d\theta^2 + \left(r^2 + a^2 + \frac{2Mra^2sin^2\theta}{\Sigma}\right) d\phi^2 \tag{20}$$

$$a \equiv \frac{J}{M}, \quad \Delta \equiv r^2 - 2Mr - a^2, \quad \Sigma \equiv r^2 + a^2cos^2\theta \tag{21}$$

と書ける。ここで J は BH の角運動量であり、a をスピンパラメータと呼ぶ。
Kerr BH の時空にはキリングベクトルが 2 つ存在し、この座標系ではそれぞれ t, ϕ 方向のベクトルである。この時空の測地線上を動く粒子は保存量を 2 つ持ち、4 元速度 u^μ を用いて

$$E \equiv -u_\mu(\partial_t)^\mu \tag{22}$$

$$l \equiv u_\mu(\partial_\phi)^\mu \tag{23}$$

で定義される。これらはそれぞれエネルギー、角運動量に対応する。
この E, l を持つ粒子の軌道を測地線方程式を用いて考えると、ある半径 r_{ms} 以下では安定な円軌道が存在しなくなる事が分かる。その半径は KerrBHISCO と呼ばれ

$$r_{ms} = M\{3 + Z_2 - [(3 - Z_1)(3 + Z_1 + 2Z_2)]^{\frac{1}{2}}\} \tag{24}$$

$$Z_1 \equiv 1 + \left(1 - \frac{a^2}{M^2}\right)^{\frac{1}{3}} \left[\left(1 + \frac{a}{M}\right)^{\frac{1}{3}} \left(1 - \frac{a}{M}\right)^{\frac{1}{3}}\right] \tag{25}$$

$$Z_2 \equiv \left(3\frac{a^2}{M^2} + Z_1^2\right)^{\frac{1}{2}} \tag{26}$$

と書かれる。対応する角運動量は

$$j_{\rm ISCO} = \frac{\sqrt{Mr_{ms}}(r_{ms}^2 - 2a\sqrt{Mr_{ms}} + a^2)}{r_{ms}(r_{ms}^2 - 3Mr_{ms} + 2a\sqrt{Mr_{ms}})^{\frac{1}{2}}} \tag{27}$$

と表される。この式と SMS の密度分布の式を連立させることでどのような重力崩壊が起きるのかを簡単に予想できる。

4 SMS 重力崩壊

重力崩壊を予想するために以下の仮定を入れる
・重力崩壊は軸対称に起きる
・重力崩壊は断熱的であり熱や角運動量の輸送は起きない
回転軸からの距離を $\varpi \equiv x^2 + y^2$ と書くと、その

点の粒子の持つ角運動量は $j = \varpi^2\Omega$ で書けるので $j = j_{\rm ISCO}$ となる ϖ は

$$\varpi_{\rm ISCO} = \left(\frac{j_{\rm ISCO}}{\Omega_{\rm Shedd}}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{28}$$

と書ける。ここで $_{\rm Shedd}$ は Mass Shedding Limit の角速度で () で表される。よって SMS の回転軸から ϖ_0 までの部分が BH になったと仮定するとその部分に含まれる質量 M と角運動量 J が求まり、$\varpi_{\rm ISCO}$ がわかる。故に $\varpi_0 = \varpi_{\rm ISCO}$ となる ϖ_0 を見つければ良い。

計算によりブラックホールの質量及び角運動量を M_h、J_h とすると

$$\frac{M_h}{M} \approx 0.87, \quad a_h = \frac{J_h}{M_h^2} \approx 0.71 \tag{29}$$

となり、ディスクの質量 M_{disk} は

$$\frac{M_{disk}}{M} \approx 0.13 \tag{30}$$

という結果が得られる。よって SMS が重力崩壊をすると全質量の９０％程度が BH になるが、１０％程度ディスクとなって残ることがわかった。

5　最近の研究

以上の解析はシミュレーションを用いない簡単なものだったが、実際の重力崩壊は崩壊途中の核融合反応やニュートリノ冷却、磁場等が効いてくると考えられるのでシミュレーションを用いて研究する必要がある。最近の研究では核融合及びニュートリノ冷却を入れたシミュレーション [3] や、磁場を入れたシミュレーション [4] 等がなされている。いずれの研究でも SMS は重力崩壊によって数%の質量がディスクとなって残る事が確認されている。

6　参考文献

[1]Baumgarte, T. W.,Shapiro, S. L. 1999, ApJ, 526, 941

[2]Shapiro S. L. Shibata M. 2002,ApJ, 572, L39

[3]Montero et al. arXiv:1108.3090 [astro-ph.CO]

[4]Liu et al. Phs. Rev. D. 76, 084017 (2007)

[5]Shibata M. Shapiro S. L. 2002,ApJ, 577, 904

Acknowledgement

国立天文台からのご支援に感謝いたします。