

宇宙線加速における最高エネルギー問題

野上 雅弘 (青山学院大学大学院 理工学研究科)

Abstract

本講演は Lemoine et al.(2006) のレビューである。粒子のラーモア半径が衝撃波の上流と下流における乱流磁場の波長よりも常に十分小さいと仮定したとき、超相対論的な衝撃波中でのフェルミ加速では粒子を $1\frac{1}{2}$ フェルミサイクル (上流→下流→上流→下流) 以上衝撃波を往復させることできないことを解析的に示した。この結論は最近のプラズマ粒子シミュレーションの結果とよく一致している。超相対論的な衝撃波中での効率的なフェルミ加速を行うためには、粒子のラーモア半径より小さなスケールの磁場の大幅の揺らぎが衝撃波近傍に必要である事も示した。つまりワイベル不安定性による小スケールの磁場の揺らぎは、相対論的な衝撃波中でのフェルミ加速にとって絶対に必要である。

1 導入

無衝突衝撃波中であちこちに跳ね返される荷電粒子のフェルミ加速は高エネルギー天体物理学における様々な現象の要である。一般にプロンプト放射とアフターグロウ放射として説明されるシンクロトロン光をもつガンマ線バーストの相対論的な内部・外部衝撃波中での電子の加速などがある。

相対論的な衝撃波中でのフェルミ加速のに関しては、荷電粒子のテスト粒子計算がまだ盛んに行われている。相対論的な衝撃波中の加速粒子のエネルギースペクトルは、拡散近似を用いると冪指数が $s \sim 2.2 \sim 2.3$ となると期待されており、そのスペクトルはガンマ線バーストの観測とよく一致している。しかし拡散近似を用いないより現実的なシミュレーションでは、エネルギースペクトルは別の結果を指し示しており現在は混迷状態である。

本発表では、超相対論的な衝撃波におけるフェルミ加速の解析的な議論を行う。粒子のラーモア半径が上流磁場の波長よりも小さいという仮定の下で、運動方程式を r_L/l_{coh} の一次の項までで展開して調べる。粒子は下流へと逃げるまでに衝撃波中を $1\frac{1}{2}$ (上流→下流→上流) サイクル以上行うことができないという結果が得られた。それゆえフェルミ加速はほとんど効かない。解析的な予測は数値シミュレーションの結果ときわめてよく一致していることを示した。最後に超相対論的な衝撃波中で予想される磁場構造、特に小さなスケールの磁場揺らぎが効率的なフェル

ミ加速の鍵になることを示す。

2 解析的な粒子軌跡

2.1 相対論的な衝撃波中の磁場

上流での磁場は一様成分 B_0 と乱流成分 δB : $\vec{B} = \vec{B}_0 + \delta \vec{B}$ から成るとする。また $\langle B^2 \rangle = B_0^2 + \langle \delta B^2 \rangle$ とする。乱流磁場のパワースペクトルを $S(k) \propto k^{-\alpha}$ とし、波数は $k_{\min} \ll k_{\max}$ までの範囲で定義する。また、 $\int d^3k S(k) = \langle \delta B^2 \rangle$ で大きさを決める。上流と下流の磁場の関係は磁気流体力学における衝撃波の境界条件でお互いに関係づけられる。 $B_{\parallel d} = B_{\parallel u}$ と $B_{\perp d} = R_{sh} B_{\perp u}$ が成り立つ。ただし、 $B_{\parallel} \equiv \vec{B} \cdot \hat{\varepsilon}$ は衝撃波面の法線方向 $\hat{\varepsilon}$ に沿った磁場成分とし、 B_{\perp} は衝撃波面を x-y 平面とし、そこへ磁場を射影したものである。また添字 |d と |u は下流、上流それぞれでのプラズマ静止系で測った量であることを表す。 R_{sh} は圧縮率であり、上流と下流の静止系で測った衝撃波速度 $\beta_{sh|u}$ と $\beta_{sh|d}$ 、それぞれに対応するローレンツ因子 $\Gamma_{sh|u}$ と $\Gamma_{sh|d}$ で表され、 $R_{sh} \equiv \Gamma_{sh|u} \beta_{sh|u} / \Gamma_{sh|d} \beta_{sh|d}$ となる。超相対論的な極限 ($\Gamma_{sh|u} \gg 1$) においては、 $R_{sh} \simeq \Gamma_{sh|u} \sqrt{8} \gg 1$ となる。

ゆえに $1/\Gamma_{sh|u}$ オーダーでは、衝撃波下流において磁力線は x-y 平面であると近似的にみなせる。衝撃波の表面上の与えられた点 r_0 での磁場は上流と下流

と両方の静止系において以下のように表される。

$$\begin{aligned} \vec{B}_{|d}(\vec{r}_0) &\simeq B_{\perp|d} \cos \phi_B \hat{x} + B_{\perp|d} \sin \phi_B \hat{y} \\ \vec{B}_{|u}(\vec{r}_0) &= B_{\perp|u} \cos \phi_B \hat{x} + B_{\perp|u} \sin \phi_B \hat{y} + B_{\parallel u} \hat{z} \end{aligned} \quad (1)$$

位相 ϕ_B は下流から上流へのローレンツ変換に対して不変であり、このことは次の議論で重要となる。

2.2 解析的な粒子軌跡

・上流について

上流静止系での粒子の運動方程式は以下で与えられる。

$$\frac{d\vec{\beta}}{dt} = \Omega_L \frac{\vec{\beta} \times \vec{B}}{B} \quad (2)$$

$\vec{\beta}$ は粒子の速度、 $\Omega_L = c/r_L$ はラーモア周波数である。下流から上流の方へと衝撃波を横切するためには $\beta_{\parallel i}^{(u)} \geq \beta_{\text{sh}|u}$ となる必要がある。ここで $\beta_{\parallel i}^{(u)}$ は下流から上流へ侵入する粒子の衝撃波法線に沿った速度成分である。ゆえに $\beta_{\perp i}^{(u)}$ は $1/\Gamma_{\text{sh}|u}$ のオーダーである。 $1/\Gamma_{\text{sh}|u}$ の一次のまで考慮した粒子の上流から下流へ軌跡は解析的に与えられる。

$\phi_B = 0$ と仮定することによって、 \vec{B} の衝撃波面成分が x 軸に平行になるので、下流から上流へ戻った粒子が、再び衝撃波面に追いつかれるときの速度 $\vec{\beta}_f$ は以下で与えられる。

$$\begin{aligned} \beta_{x,f}^{(u)} &\approx \beta_{x,i}^{(u)} \\ \beta_{y,f}^{(u)} &\approx -\frac{1}{2}\beta_{y,i}^{(u)} \\ &+ \left[\frac{3}{\Gamma_{\text{sh}|u}^2} - 3\beta_{x,i}^{(u)2} - \frac{3}{4}\beta_{y,i}^{(u)2} \right]^{1/2} \\ \beta_{z,f}^{(u)2} &= 1 - \beta_{x,f}^{(u)2} - \beta_{y,f}^{(u)2} \end{aligned} \quad (3)$$

・下流について

位相 $\phi_B = 0$ がローレンツ変換によって保持される。また衝撃波圧縮によって、下流の磁場は衝撃波面の法線に対して垂直であると近似できる。すると、粒子の衝撃波面法線方向の軌跡は下流静止系で以下となる。

$$z(t)\Omega_L = \beta_{\perp i}^{(d)} \sin \phi_i (\cos \Omega_L t - 1) + \beta_{\parallel i}^{(d)} \sin \Omega_L t$$

ここで ϕ_i は x - y 平面内での進入速度ベクトルの位相を表し、 $\beta_{x,i}^{(d)} \equiv \beta_{\parallel i}^{(d)} \cos \phi_i$, $\beta_{y,i}^{(d)} \equiv \beta_{\parallel i}^{(d)} \sin \phi_i$ である。衝撃波面は $z_{\text{sh}|d}(t) = \beta_{\text{sh}|d}t$ にしたがって運動するので、

$$\sin \phi_i = g(\hat{t}) \equiv \frac{\beta_{\text{sh}|d}\hat{t} - \beta_{\parallel i}^{(d)} \sin \hat{t}}{\beta_{\perp i}^{(d)}(\cos \hat{t} - 1)} \quad (5)$$

のとき粒子は衝撃波にもどることができる。ここで、 $\hat{t} = \Omega_L t$ である。 $g(\hat{t})$ は \hat{t} が 0 か 2π に向かうにつれて $-\infty$ へ発散し、その微分は $0 < \hat{t} < 2\pi$ で単調な関数である。ゆえに、 $g(\hat{t})$ の最大値が $\sin \phi_i$ を越える場合のみ衝撃波へ戻ることができる。また下流静止系で、粒子は衝撃波面を上流から横切ってくるので、 $\beta_{\parallel i}^{(d)} \leq \beta_{\text{sh}|d}$ となり、 $g(\hat{t})$ は常に負の値となる。それゆえ、粒子が衝撃波面に戻る必要条件是 $\phi_i \in [-\pi, 0]$ または同じ意味だが $\beta_{y,i}^{(d)} \leq 0$ である。

衝撃波へ戻る時間 t_d が数値計算によって決定されると、下流静止系の運動方程式より、衝撃波面を下流から上流へ横切るときの速度ベクトルは以下となる。

$$\begin{aligned} \beta_{x,f}^{(d)} &\simeq \beta_{x,i}^{(d)} \\ \beta_{y,f}^{(d)} &\simeq \beta_{y,i}^{(d)} \cos \Omega_L t_d + \beta_{z,i}^{(d)} \sin \Omega_L t_d \\ \beta_{z,f}^{(d)} &\simeq \beta_{z,i}^{(d)} \cos \Omega_L t_d - \beta_{y,i}^{(d)} \sin \Omega_L t_d \end{aligned} \quad (6)$$

2.3 下流から上流への速度の関係とその逆の関係

式 (3) と (6) は、衝撃波の両サイドでの粒子の衝撃波への進入速度と脱出速度を対応づけた。ある静止系での進入速度は別の静止系での脱出速度とローレンツ変換によって関係づけられる。

$$\begin{aligned} \phi_i^{(u)} &= \phi_f^{(d)}, \phi_i^{(d)} = \phi_f^{(u)} \\ \beta_{\parallel i}^{(u)} &= \frac{\beta_{\parallel f}^{(d)} + \beta_{\text{rel}}}{1 + \beta_{\parallel f}^{(d)} \beta_{\text{rel}}} \\ \beta_{\parallel i}^{(d)} &= \frac{\beta_{\parallel f}^{(u)} - \beta_{\text{rel}}}{1 - \beta_{\parallel f}^{(u)} \beta_{\text{rel}}} \end{aligned} \quad (7)$$

ここで $\beta_{\text{rel}} \equiv (\beta_{\text{sh}|u} - \beta_{\text{sh}|d}) / (1 - \beta_{\text{sh}|u} \beta_{\text{sh}|d})$ は上流と下流それぞれの静止系間の相対速度である。これらの対応づけと変換を用いて粒子の軌跡をたどることが(4)できる。往復するようなサイクルを行う空間スケール

は rL/Γ_{sh} である。磁場揺らぎとして $r_L/\Gamma_{sh} \ll l_{coh}$ を満たす空間スケールを考える限り、一回のフェルミサイクルから次のサイクルへ移るときは、常に $\phi_B = 0$ と一定となる仮定は妥当である。

2.2 章で $\beta_{y,i}^{(d)} \leq 0$ が粒子が衝撃波へ戻るための必要条件であることを示した。

しかし軌跡を追うと、下流から上流へ戻った粒子は、その後下流へもどり、上流に戻れない事が示せる。

図 1 より理解する事ができる。これは上流静止系で見た x-y 平面内での粒子の衝撃波への進入と脱出の速度ベクトルを表したものである。青い領域の速度を持った状態で衝撃波を上流から下流へ横切ると、その粒子は再び、衝撃波上流へ戻ってくる事ができる。綺麗な円で書かれた領域は、下流から上流へ横切る際の粒子の速度である。異なる半径の各円は、下流から上流へ横切った際の衝撃波法線方向の速度 $\beta_{z,i}^{(u)}$ の異なる値に対応する。各円の半径は衝撃波を横切る条件 $\beta_{z,i}^{(u)} \geq \beta_{sh|u}$ に束縛されている。インゲン豆型の曲線は下流から流入した粒子が衝撃波面を下流へ貫くときの速度を式 (4) から求めたものであり、各曲線は各円に対応している。いんげん豆型の曲線は青い領域と重なっておらず、多くても $1\frac{1}{2}$ サイクル (上流→下流→上流→下流) しかできない事を示している。

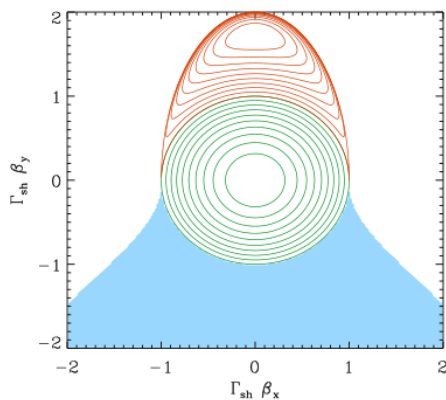


図 1: 粒子の衝撃波への進入と脱出の速度

2.4 数値シミュレーションとの比較

これまでの議論ではいくつかの近似を使った。その中でも特に重要な近似は、磁力線は粒子の軌道

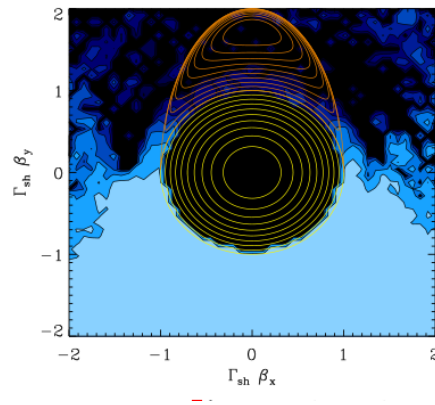


図 2: 数値シミュレーションの結果との比較

上で一定になっているとすることである。磁場の揺らぎを仮定して、荷電粒子の運動方程式を直接解いた結果と比較する。図 2 は $\beta_{x,i} - \beta_{y,i}$ 空間での上流へ戻る確率を等高線図をで表しており、図 1 と比較することができる。色の薄い領域が高い確率で再び下流から上流へ戻ってくる事ができる、下流から入ってくる衝撃波上流での初期速度領域である。非常によく一致している。シミュレーションのパラメータは $r_L/L_{max} = 7 \times 10^{-4}$, $\alpha = 11/3$ (kolmogorov 乱流), $B_0 = 0$ (乱流なし), $\Gamma_{sh|u} = 38$ である。これまでの相対論的衝撃波中のフェルミ加速の研究では、様々なスペクトルインデックスのベキ乗スペクトルを得ている。それらの研究は下流において等方な乱流を仮定するか、個々のサイクルにおいて ϕ_B をランダムに選択するかのどちらか一方の仮定を課している。

もし $\alpha = 3$ ならば、スケールフリーの乱流になり今回の議論が適用されない。けれども、このときの数値シミュレーションの結果は図 2 で示されているようになる。戻る確率は至る所でゼロでなくなるが、それは $\beta_{y,i}$ が負の領域よりもいんげん豆型の領域の方が 10 倍低くなっている。これはそのような乱流内でのフェルミ加速からは、きわめて急な勾配のベキ乗スペクトルが現れることを示唆する。

3 議論

もし磁場の乱れの空間スケール l_{coh} が、粒子のラーモア半径 r_L より十分大きいとき、相対論的衝撃波中のフェルミ加速は期待できない。しかし、 $r_L \gg l_{\text{coh}}$ のときは、磁場の角度が粒子の軌道内で激しく変化するので、何度も衝撃波を往復する事が出来るようになると考えられる。その結果のスペクトル指数は、粒子の等方性に依存する。

ガンマ線バーストのような天体現象を説明するためには、磁気流体的な磁場の増幅機構では、揺らぎのスケールが大きくなり、観測されているようなベキ型のエネルギー分布を作れないことになる。ガンマ線バーストの衝撃波では、ワイベル不安定性が期待されるので、それによって小スケールの磁場を増幅する事ができ、粒子加速が相対論的衝撃波でも起きると考えられる。しかし、磁場の寿命が短いことや加速された粒子の冪指数がどうなるかなどの問題もまだ残されており、今後の課題である。

Acknowledgement

基礎物理学研究所 (研究会番号 : YITP-W-15-04)
及び国立天文台からのご支援に感謝いたします。

Reference

Lemoine, M., Pelletier, G., and Revenu, B., 2006, ApJ, 645, L129