

# 重力崩壊型超新星中の $\nu\nu$ -interaction による Neutrino flavor transition

佐々木 宏和 (東京大学大学院理学系研究科)

## Abstract

重力崩壊型超新星中でコアから放出されたニュートリノは核子に吸収されたり、原子核と衝突反応を引き起こすことで、超新星爆発や内部での元素合成過程に多大な影響を与える。またニュートリノはフレーバーにより超新星内部における物質との反応が異なるため、ニュートリノ振動を考えることは重要である。特に超新星コアの中心からの距離が  $\sim 100\text{km}$  で起こると考えられる、ニュートリノどうしの散乱 ( $\nu\nu$ -interaction) により引き起こされるニュートリノ振動現象を研究することは上記の物理過程を解明する上で必要不可欠である。本研究では、原始中性子星表面から放出されるニュートリノのフレーバーの遷移を数値計算で求め、 $\nu\nu$ -interaction 特有のニュートリノ振動の性質を報告し、今後の展望を述べる。

## 1 Introduction

宇宙、銀河、星の構造形成及び物質の進化過程は超新星やガンマ線バーストなどの高エネルギー天体現象による物質・熱循環に起源をもつ。超新星爆発を引き起こすメカニズムとして、一般相対論による効果や流体的不安定性といったマクロな効果、元素合成やニュートリノと物質との相互作用といったミクロな物理過程による効果が考えられる。重力崩壊型超新星では中心の原始中性子星近傍でニュートリノが生成され、中心付近で物質が  $\sim 10^{14}\text{g/cm}^3$  と高密度なためニュートリノはトラップされる。衝撃波発生後、トラップされたニュートリノは外部に放出され、原始中性子星の重力エネルギー  $\sim 10^{53}\text{erg}$  を持ち去る。ニュートリノから物質へのエネルギーの転嫁により、衝撃波が再加熱され爆発不可能なモデルが爆発可能になったり、ニュートリノが原子核合成反応 ( $\nu$  プロセス) や中性子過剰な環境における中性子捕獲反応 ( $r$  プロセス) などの重元素合成に寄与するなど、超新星の爆発メカニズムや元素の起源を理解する上で、超新星内部のニュートリノの研究は欠かせない。また超新星内部では  $\nu_e\bar{\nu}_e$  にのみ  $\nu_e + n \rightarrow p + e^-$ 、 $\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+$  などの charged current 反応が存在するため、フレーバー  $e$  と他のフレーバー  $\mu$ 、 $\tau$  との間の遷移は特に重要である。

ニュートリノ振動とはフレーバー  $e$ 、 $\mu$ 、 $\tau$  間の遷

移のことをいい、衝撃波発生後中心から放出されたニュートリノは、中心から  $\sim 100\text{km}$  の範囲では主にニュートリノどうしの散乱 ( $\nu\nu$ -interaction) によるフレーバーの遷移を起こし、さらに外側で電子との散乱による遷移 (MSW 効果)(Wolfenstein 1978) を起こし、最後に超新星の外側で真空による遷移 (vacuum oscillation) を引き起こす。我々が地球上で観測する超新星ニュートリノはこれら 3 つの遷移を経たものである。超新星爆発や宇宙、銀河の進化、さらには元素の起源を解明する上でコアに最も近い  $\nu\nu$ -interaction によるフレーバーの遷移を研究することは必要不可欠であり、ニュートリノがトラップされる環境は超新星内部にしか存在しないので、 $\nu\nu$ -interaction の研究はニュートリノの多体系に対する理解を深めることにもなる。そこで本研究では、重力崩壊型超新星のコアの原始中性子星から放出されるニュートリノのフレーバーの遷移を数値計算し、MSW 効果や vacuum oscillation にはない  $\nu\nu$ -interaction 特有のフレーバーの遷移をみる。

## 2 Methods

### 2.1 Model

衝撃波発生から数秒間、半径  $10\text{km}$  の原始中性子星表面から一様等方に放出されるニュートリノのフ

レーパーの遷移を数値計算する。計算範囲は中心からの距離 10km(表面) から 250km までとする。250km より外側ではニュートリノの密度が小さくなり、 $\nu\nu$ -interaction による遷移は無視できる。一様等方性を仮定しているので、中心から適当な方向に動径方向の軸をとり、軸上の点に入射するニュートリノの状態を調べればよい。一般に入射角が異なるニュートリノの量子状態は異なるが、今回の計算ではどの入射角でも状態は等しいと近似する single-angle 近似を用いて計算する。表面でニュートリノは相互作用固有状態にあって、フェルミ分布に従い、フレーバーは  $e$ 、 $\tau$  の 2 種類のみを考える。質量は逆階層 ( $m_1 > m_3$ ) と仮定する。また電子による散乱を無視し、MSW 効果を無視する。

## 2.2 Imposed $\nu$ parameters

原始中性子星の半径を  $R_\nu = 10\text{km}$  とし、表面におけるニュートリノのそれぞれの平均エネルギーを  $\langle E_e \rangle = 10\text{MeV}$ 、 $\langle E_\tau \rangle = 15\text{MeV}$ 、 $\langle E_\nu \rangle = \langle E_\tau \rangle = 24\text{MeV}$ 、と置き、表面におけるニュートリノのルミノシティはどのフレーバーでも等しく  $L_\nu = 10^{51}\text{erg/s}$  であるとする ( $\nu$  は粒子、反粒子とフレーバーをまとめてラベルする)。各々の規格化された Fermi 分布を  $f_\nu$  とすると、ニュートリノ  $\nu$  の表面における number flux は  $j_\nu = \frac{L_\nu f_\nu}{4\pi^2 R_\nu^2 \langle E_\nu \rangle}$  となり、距離  $r$  における単位エネルギー単位体積あたりの個数密度は  $n_\nu(r, E) = 2\pi D(r) j_\nu(E)$ 、 $D(r) = \frac{1}{2} \left[ 1 - \sqrt{1 - \left( \frac{R_\nu}{r} \right)^2} \right]^2$  となる。単位体積あたりの個数密度は  $N_\nu = \int dE n_\nu$  となる。またニュートリノの質量固有値の 2 乗差は  $\Delta m^2 = |m_3^2 - m_1^2| = 2 \times 10^{-3} \text{eV}^2$ 、混合角は  $\sin^2 2\theta_{13} = 0.093$  とする。

## 2.3 Equations

ニュートリノ、反ニュートリノそれぞれの個数演算子に対しアンサンブル平均をとると

$$\langle a_j^\dagger(\mathbf{p}) a_i(\mathbf{p}') \rangle = (2\pi)^3 \delta^{(3)}(\mathbf{p} - \mathbf{p}') (\rho_{\mathbf{p}})_{ij}, \quad (1)$$

$$\langle b_i^\dagger(\mathbf{p}) b_j(\mathbf{p}') \rangle = (2\pi)^3 \delta^{(3)}(\mathbf{p} - \mathbf{p}') (\bar{\rho}_{\mathbf{p}})_{ij}. \quad (2)$$

$i, j$  はフレーバーを表す。これによりニュートリノと反ニュートリノの密度行列  $\rho_{\mathbf{p}}$ 、 $\bar{\rho}_{\mathbf{p}}$  が定義される

(Sigl 1993)。 $\nu\nu$ -interaction はニュートリノの 2 体の散乱であり、ハミルトニアンは平均場近似を行い、1 粒子ハミルトニアンにすると  $H_{\nu\nu} = H_\nu + H_{\bar{\nu}}$  となり、 $H_\nu$  はニュートリノに  $H_{\bar{\nu}}$  は反ニュートリノに作用するハミルトニアンでそれぞれ

$$H_\nu = \sqrt{2} G_F \int \frac{d^3 p d^3 q}{(2\pi)^6} \{ \text{Tr}(\rho_{\mathbf{q}} - \bar{\rho}_{\mathbf{q}}) a_i^\dagger(\mathbf{p}) a_i(\mathbf{p}) + a_i^\dagger(\mathbf{p}) (\rho_{\mathbf{q}} - \bar{\rho}_{\mathbf{q}})_{ij} a_j(\mathbf{p}) \} (1 - \cos \theta_{\mathbf{p}\mathbf{q}}), \quad (3)$$

$$H_{\bar{\nu}} = \sqrt{2} G_F \int \frac{d^3 p d^3 q}{(2\pi)^6} \{ \text{Tr}(\rho_{\mathbf{q}} - \bar{\rho}_{\mathbf{q}}) b_i^\dagger(\mathbf{p}) b_i(\mathbf{p}) + b_j^\dagger(\mathbf{p}) (\rho_{\mathbf{q}} - \bar{\rho}_{\mathbf{q}})_{ij} b_i(\mathbf{p}) \} (1 - \cos \theta_{\mathbf{p}\mathbf{q}}). \quad (4)$$

となる。 $\theta_{\mathbf{p}\mathbf{q}}$  は作用するニュートリノとバックグラウンドのニュートリノとの散乱角であり、 $G_F$  はフェルミの結合定数である。

Vacuum oscillation のハミルトニアンは

$$H_V = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} a_i^\dagger(\mathbf{p}) \Omega_{ij}(\mathbf{p}) a_j(\mathbf{p}) + b_j^\dagger(\mathbf{p}) \Omega_{ij}(\mathbf{p}) b_i(\mathbf{p}), \quad (5)$$

$$\Omega(\mathbf{p}) = U \frac{\text{diag}(m_1^2, m_2^2, m_3^2)}{2E} U^\dagger, \quad (6)$$

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

となる。 $U$  はレプトンの CKM 行列で、 $E$  はニュートリノのエネルギーを表す。ニュートリノと反ニュートリノのフレーバー遷移はそれぞれ、密度行列  $\rho_{\mathbf{p}}$ 、 $\bar{\rho}_{\mathbf{p}}$  の時間発展で調べられる。Liouville-von Neumann 方程式  $\dot{\rho} = -i[H, \rho]$  を用いると、密度行列の時間発展は以下ようになる (Sigl 1993)。

$$\dot{\rho}_{\mathbf{p}} = -i \left[ \Omega(\mathbf{p}) + \sqrt{2} G_F \int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} \{ \text{Tr}(\rho_{\mathbf{q}} - \bar{\rho}_{\mathbf{q}}) + \rho_{\mathbf{q}} - \bar{\rho}_{\mathbf{q}} \} (1 - \cos \theta_{\mathbf{p}\mathbf{q}}), \rho_{\mathbf{p}} \right], \quad (8)$$

$$\dot{\bar{\rho}}_{\mathbf{p}} = i \left[ \Omega(\mathbf{p}) - \sqrt{2} G_F \int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} \{ \text{Tr}(\rho_{\mathbf{q}} - \bar{\rho}_{\mathbf{q}}) + \rho_{\mathbf{q}} - \bar{\rho}_{\mathbf{q}} \} (1 - \cos \theta_{\mathbf{p}\mathbf{q}}), \bar{\rho}_{\mathbf{p}} \right]. \quad (9)$$

一般に 3 フレーバーの場合でも (8)(9) を解くことでフレーバーの時間発展を調べることが出来る。しかし、2 フレーバーでハミルトニアンが  $2 \times 2$  行列の場合は、(8)(9) の代わりにパウリ行列による展開係数で以下のように定義される polarization vector  $\mathbf{P}$ 、 $\bar{\mathbf{P}}$  の運動を調べたほうが見通しが良い。

$$\rho_{\mathbf{p}} = \frac{n}{2} (1 + \mathbf{P} \cdot \boldsymbol{\sigma}), \quad (10)$$

$$\bar{\rho}_{\mathbf{p}} = \frac{\bar{n}}{2} (1 + \bar{\mathbf{P}} \cdot \boldsymbol{\sigma}). \quad (11)$$

$\sigma = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$  で  $n$ 、 $\bar{n}$  はそれぞれ、ニュートリノ、反ニュートリノの全個数密度を表し  $n = n_e + n_\tau$ 、 $\bar{n} = \bar{n}_e + \bar{n}_\tau$  となる。

single-angle 近似の場合 (8)~(11) を用いると

$$\dot{\mathbf{P}} = (\omega\mathbf{B} + \mu\mathbf{D}) \times \mathbf{P}, \quad (12)$$

$$\dot{\bar{\mathbf{P}}} = (-\omega\mathbf{B} + \mu\mathbf{D}) \times \bar{\mathbf{P}}. \quad (13)$$

となる (Fogli 2007)。第 1 項は vacuum oscillation を表し、 $\omega = \Delta m^2/2E$ 、 $\mathbf{B} = (\sin 2\theta, 0, \cos 2\theta)$ 。第 2 項は  $\nu\nu$ -interaction を表し、以下のように定義される。 $\mu = \sqrt{2}G_F(N + \bar{N})$ 、 $N = N_e + N_\tau$ 、 $\bar{N} = \bar{N}_e + \bar{N}_\tau$ 、 $\mathbf{D} = \mathbf{J} - \bar{\mathbf{J}}$ 、 $\mathbf{J} = \frac{1}{N + \bar{N}} \int dE n\mathbf{P}$ 、 $\bar{\mathbf{J}} = \frac{1}{N + \bar{N}} \int dE \bar{n}\bar{\mathbf{P}}$ 。

ニュートリノは表面から相互作用固有状態  $e$ 、 $\tau$  のいずれかで放出されるため、表面では  $\rho_p$ 、 $\bar{\rho}_p$  は非対角項をもたないので、 $\mathbf{P}$ 、 $\bar{\mathbf{P}}$  はともに  $z$  軸に平行となる。(12)(13) より、 $\mathbf{P}$ 、 $\bar{\mathbf{P}}$  は半径一定のプロットホ球上を運動する。また、 $\rho_p$ 、 $\bar{\rho}_p$  の対角項には  $\sigma_z$  しかなり寄与しないので、 $P_z$ 、 $\bar{P}_z$  がフレーバーの遷移を表す。本研究では時間  $t$  を超新星からの距離  $r$  に変換し、式 (12)(13) を数値計算することで  $\mathbf{P}$ 、 $\bar{\mathbf{P}}$  の運動を調べた。

### 3 Results & Discussions

数値計算の結果、 $P_z$ 、 $\bar{P}_z$  と距離  $r$  との関係はそれぞれ図 1、2 のようになった。 $r=10\text{km}$  でエネルギーが高くなると  $P_z$ 、 $\bar{P}_z$  はともに負の値になるが、これは原始中性子星表面において高エネルギーでは  $\nu_\tau\bar{\nu}_\tau$  の粒子数がそれぞれ  $\nu_e\bar{\nu}_e$  の粒子数よりも多くなるからであり、式 (10)(11) より  $P_z$ 、 $\bar{P}_z$  は  $-1$  ならそれぞれ  $\nu_\tau\bar{\nu}_\tau$  だけの状態を、 $1$  なら  $\nu_e\bar{\nu}_e$  だけの状態を表す。図 1、図 2 いずれも  $r \sim 58\text{km}$  までは  $P_z$ 、 $\bar{P}_z$  はどのエネルギーでも振動波数が  $\omega_{\text{synch}} \sim 2.4\text{km}^{-1}$  で振動中心が一定の振動を引き起こし、表面の  $P_z$ 、 $\bar{P}_z$  の符号で位相が反転する。この現象を synchronization と呼ぶ。

一方  $r > \sim 58\text{km}$  では synchronization と同様にどのエネルギーでも振動波数は常に等しく、位相は表面の  $P_z$ 、 $\bar{P}_z$  の符号によって反転するが、それぞれ、振動しながら振動中心が変化し、距離とともに振動

波数と振幅が小さくなっていく。この現象を bipolar oscillation と呼ぶ。

$r = 250\text{km}$  におけるニュートリノと反ニュートリノのエネルギースペクトルはそれぞれ、図 3、図 4 になる。図 3 では  $\sim 7\text{MeV}$  で energy swapping が見られる。ニュートリノのエネルギーが  $\sim 7\text{MeV}$  よりも小さい場合は  $r = 250\text{km}$  では表面と同じフレーバーとなるが  $\sim 7\text{MeV}$  よりも大きい場合はフレーバーが入れ替わる。図 4 を見ると反ニュートリノは十分低エネルギーで既にフレーバーが入れ替わっていることが分かる。

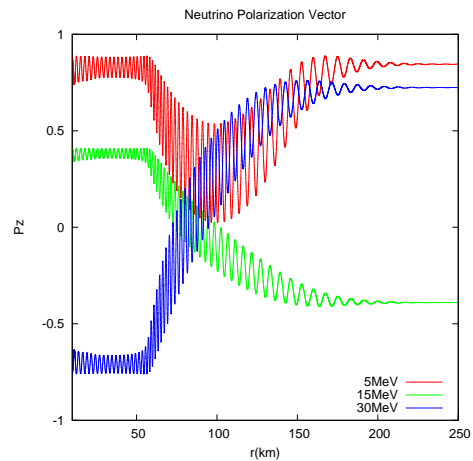


図 1:  $P_z$  と距離  $r$  の関係

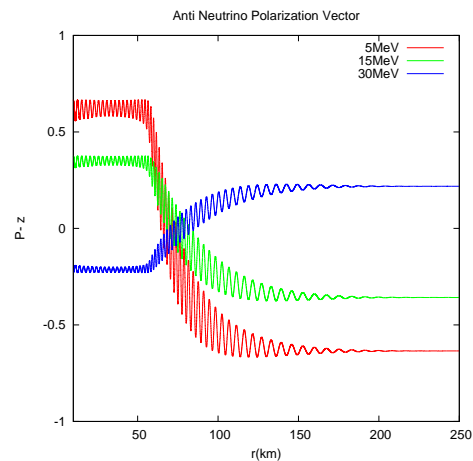


図 2:  $\bar{P}_z$  と距離  $r$  の関係

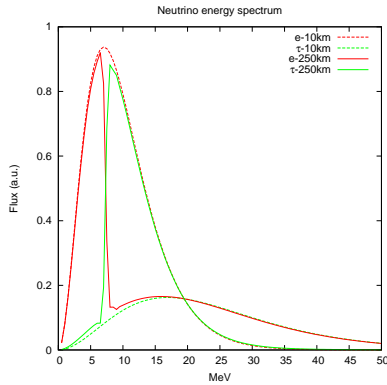


図 3:  $r=250\text{km}$  のニュートリノのエネルギースペクトル

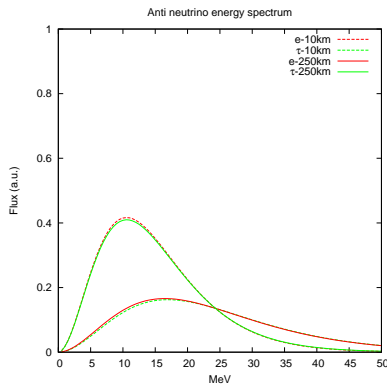


図 4:  $r=250\text{km}$  の反ニュートリノのエネルギースペクトル

## 4 Conclusion & Prospects

$\nu\nu$ -interaction によるニュートリノ振動は synchronization や bipolar oscillation などの集団振動や energy swapping といった vacuum oscillation や MSW 効果には見られない特有の現象を引き起こすことが分かった。single-angle 近似によりニュートリノの入射角に対する依存性を無視したが、これらを考慮して計算した場合、bipolar oscillation までの距離が長くなったり、振幅が小さくなるなどの違いはあるが、synchronization や energy swapping などの定性的な性質は保たれることが分かっている (Fogli 2007)。

また電子の空間分布によって MSW 効果による影響は異なり、中心から 250km の範囲で電子が十分高密度な場合、MSW 効果が全体のニュートリノ振動に

与える影響は小さく、最終的に得られるニュートリノのエネルギースペクトルは本研究と同様になると考えられる。しかし電子の密度が比較的低密度な場合、中心から 250km 以内で MSW 共鳴が起こり、逆階層の場合、反ニュートリノが影響を受け、部分的にエネルギーが swap すると考えられる (Duan 2006)。電子の空間分布は超新星の爆発メカニズムや爆発後の原始中性子星近傍の高エントロピーの hot bubble の状態に依存するので、今後は爆発メカニズムや hot bubble の物理を理解し、より現実的な電子の空間分布を用いて、MSW 効果を取り入れ、原始中性子星近傍のニュートリノ振動を研究したい。

また、 $\nu\nu$ -interaction は 2 粒子ハミルトニアンで表されるが、本研究ではアンサンブル平均で平均場近似した 1 粒子ハミルトニアンを使って計算を行っている。しかし平均場近似により、本来存在したニュートリノどうしの量子もつれ効果やハミルトニアンがもつ対称性は壊される (Pehlivan 2011)。平均場近似しない元々の 2 粒子ハミルトニアンを研究して本研究に応用すれば、平均場では得られない、より現実的なニュートリノ振動の振る舞いを理解することができ、ニュートリノの量子多体系に対する理解もより深まるであろう。現在、ニュートリノの 2 粒子ハミルトニアンの研究を進めてる。

## Acknowledgement

基礎物理学研究所 (研究会番号: YITP-W-15-04) 及び国立天文台からのご支援に感謝いたします。

## Reference

- Wolfenstein, L., 1978, Phys. Rev. D, **17**, 2369
- Fogli, G., Lisi, E., Marrone, A., & Mirizzi, A., 2007, JCAP, **0712**, 010
- Duan, H., Fuller, G. M., Carlson, J. & Quian, Y. Z., 2006, Phys. Rev. D, **74**, 105014
- Sigl, G. & Raffelt, G., 1993, Nuclear Physics B, **406**, 423
- Pehlivan, Y., Balantekin, A. B., Kajino, T. & Yoshida, T., 2011, Phys. Rev. D, **84**, 065008